Die Farbenlehre

Von

Wilhelm Ostwald

I. Buch:

Mathetische Farbenlehre

Mit 33 Figuren im Text

535.6

Leipzig
Verlag Unesma G. m. b. H.

1621

Die Farbenlehre.
Mathetische Farbenlehre (I. Buch)

W. Ostwald

PROPERTY OF
TECHNICOLOR
LIBRARY

RESEARCH LIBRARY
THE GETTY RESEARCH INSTITUTE

JOHN MOORE ANDREAS COLOR CHEMISTRY LIBRARY FOUNDATION

Digitized by the Internet Archive
in 2016

https://archive.org/details/mathetischefarbe00ostw

Die Farbenlehre

Von

Wilhelm Ostwald

In fünf Büchern

Erstes Buch

Mathetische Farbenlehre

Leipzig
Verlag Unesma G. m. b. H.

PROPERTY OF
TECHNICOLOR
LIBRARY

Mathetische Farbenlehre

Von

Wilhelm Ostwald

Mit 33 Figuren im Text

Der Farbenlehre

Erstes Buch

Leipzig 1918
Verlag Unesma G. m. b. H.

ACCESS. NO. 1641

Alle Rechte vom Verleger vorbehalten.

Druck von Hallberg & Büchting in Leipzig.

THE GETTY RESEARCH
INSTITUTE LIBRARY

Vorwort

Hiermit übergebe ich einem Leserkreise, den ich mir durchaus nicht fachmännisch beschränkt denke, den ersten Band eines auf fünf Bände veranschlagten Werkes, das ich in fortlaufender Arbeit zu beenden hoffe. Denn der zweite Band ist bereits vollständig, der dritte zur Hälfte geschrieben; für den Rest liegt reichliches Material zur letzten Bearbeitung bereit.

Das Werk soll die gesamte Farbenlehre umfassen. Die vier ersten Bände sind für die vorbereitenden Teile, nämlich die mathetische, physikalische, chemische und physiologische Farbenlehre bestimmt, während der letzte den Lehrinhalt der eigentlichen oder psychologischen Farbenlehre bringen wird; er wird demgemäß auch der umfang- und inhaltreichste werden.

Gegenüber der bisherigen Farbenlehre handelt es sich bei diesem Unternehmen um einen Neubau von Grund aus. Zwar besitzen wir reiche und wertvolle Materialien für einen solchen Bau dank der Forschung zweier Jahrhunderte. Aber die Zusammenfügung der Bauteile zu einem geordneten, übersichtlichen und harmonischen Gebilde war den wenigen Forschern, die sich einer solchen Aufgabe gewidmet hatten, bisher nicht gelungen. Das tragische Schicksal, das einen Goethe bei der wissenschaftlichen Haupt- und Lieblingsarbeit seines Lebens vor hundert Jahren scheitern ließ, scheint dauernd auf der Angelegenheit gelastet zu haben. Trotz manchen glücklichen Fortschrittes im einzelnen blieb der Organisator aus, unter dessen Hand jedes Stück an seinen Ort kam, getragen von dem, was darunter lag, und leicht und frei tragend das, was darauf gebaut war.

Von einer besonderen, wenn auch weitgreifenden Aufgabe, nämlich der Herstellung eines wissenschaftlich geordneten Farbatlas ausgehend, habe ich mich zu immer tiefer grabender Fundamentierungsarbeit gezwungen gesehen. Als ich 1914 jene Aufgabe übernahm, war ich der Meinung, daß die wissenschaftliche Farbenlehre entwickelt genug

sei, um die Lösung jener Aufgabe unmittelbar zu gestatten. Erst der Versuch der Ausführung überzeugte mich, daß ich im Irrtum gewesen war und daß die vorhandenen Fundamente den Bau nicht tragen konnten, den ich zu errichten vorhatte. So war ich genötigt, einen Stein nach dem anderen zu heben, zu prüfen und gegebenenfalls zu ersetzen. Die Reste an Energie, welche die ungeheuren Jahre des Weltkrieges in mir übrig ließen und für welche das Vaterland eine andere Verwertung nicht fand oder nicht beanspruchte, wendete ich auf das Problem der Farbenlehre, um sie von Grund aus aufzubauen. In beständigem Wechsel von theoretischer und experimenteller Arbeit — die von mir hergestellten und untersuchten Farbenproben zählen nach Zehntausenden — ist schließlich ein Gebilde erwachsen, das alle Beanspruchungen, denen ich es in mannigfaltiger Weise unterzog, gut überstanden hat. Ich halte mich daher für berechtigt, es der Öffentlichkeit zu übergeben, damit es der schwersten und entscheidenden Belastungsprobe der praktischen Anwendung auf den unzähligen Gebieten unterworfen wird, in welchen die Farbenlehre auf irgendeine Weise sich betätigt. Zweifle ich auch nicht daran, daß hierbei manches Bedürfnis zunächst nach einem Ausbau, sodann einem Anbau, vielleicht auch hier und da nach einem Umbau sich herausstellen wird, so glaube ich doch annehmen zu dürfen, daß der Grundplan und die Grundlagen sich als dauerhaft und tragfähig erweisen werden.

Die Darstellung durfte, entsprechend der grundlegenden Beschaffenheit des Gegenstandes, vollständig elementar sein. Dies gilt nicht nur für den vorliegenden Band, sondern wird auch für die folgenden gelten. Denn ich suche diesmal meine Leser in den weitesten Kreisen, da ich wünsche und hoffe, daß die Kenntnis der Farbengesetze Allgemeingut zunächst des deutschen Volkes werden wird. Sie wird es uns ermöglichen, unserem kraftvoll aufstrebenden Kunstgewerbe jene Sicherheit in der Verwendung der Farbe zu bringen, in der uns glücklicher begabte Nationen zurzeit durch ihren Instinkt noch übertreffen, um uns weiterhin die Überlegenheit zu erwerben, die uns bisher noch überall zugefallen ist, wo wir unsere Sonderbegabung, die Arbeit nach wissenschaftlicher Methode, ungehemmt durch wissensfremde Traditionen betätigt haben. Und aus dem Kunstgewerbe heraus kann dann die Sicherheit in der Handhabung und Be-

urteilung der Farbe zum Gemeingut des ganzen Volkes werden. Die durchsichtige Methodik, welche hier erreicht werden konnte, bietet sich unmittelbar dem Unterricht dar. Es wird dem Lehrer eine Freude sein, sie zu lehren, wie dem Schüler, sie zu lernen. Die bereitwillige Aufnahme, welche meine im gleichen Sinne gearbeitete „Farbenfibel" mitten in schwerer Kriegszeit seitens weiter Kreise gefunden hat, läßt mich voll Hoffnung in die Zukunft schauen.

Denn außer dem gegenständlichen Interesse hoffe ich mit diesem Werke auch ein methodisches zu erwecken und zu befriedigen. Die Notwendigkeit, für ein verwickeltes und mannigfaltiges Gebiet die allerersten Grundlagen herauszuarbeiten, gab mir Gelegenheit, die ordnungswissenschaftlichen oder mathetischen Grundsätze zu erproben, welche ich aus allgemeinen wissenschaftstheoretischen Gründen früher (Moderne Naturphilosophie I, Leipzig 1914) untersucht und zusammengestellt hatte. Ich darf wohl sagen, daß ich ohne jene vorbereitende Arbeit die vorliegende nicht, oder doch nicht so bald hätte durchführen können. Angesichts der ungeheuren Aufgaben, die unserem Volke nach glücklicher Beendigung des Krieges bevorstehen, ist diese erfahrungsmäßige Bestätigung der Möglichkeit, den wissenschaftlichen Fortschritt methodisch zu organisieren, von nicht geringer praktischer Bedeutung. Dem hier vorliegenden Beispiel wird man leicht das Verfahren entnehmen können, um es auf andere Fälle sachgemäß anzuwenden.

So sind es reiche und mannigfaltige Hoffnungen, mit denen ich dieses Werk zunächst den Volksgenossen und weiterhin den Zeitgenossen übergebe. Möge ein freundliches Schicksal mir vergönnen, daß ich einige der Erfüllungen noch erlebe.

Groß-Bothen, März 1917.

Wilhelm Ostwald.

Inhalt:

Erstes Kapitel

Die Stellung der Farbenlehre im Gebäude der Wissenschaften

Zweck der Einordnung 1. — Die Farbenlehre ist eine psychologische Wissenschaft 1. — Die Farbe ist eine Empfindung 2. — Die Farben sind die Elemente des Gesehenen 4. — Mannigfaltigkeit der Farben 5.

Zweites Kapitel

Einteilung der Farbenlehre

Übersicht 7. — Mathetische Farbenlehre 8. — Physikalische Farbenlehre 10. — Chemische Farbenlehre 11. — Physiologische Farbenlehre 12. — Psychologische Farbenlehre 13.

Drittes Kapitel

Begriffe und Namen

Sprachliche Atavismen 15. — Alte Unzulänglichkeiten 15. — Der chemische Begriff 16. — Die physikalischen Farben 17. — Bunt und unbunt 18.

Viertes Kapitel

Die Ordnung der Farben

Die Farbenlehre als Wissenschaft 19. — Die Gruppe 20. — Ordnungsmittel 21. — Eigenschaften der Reihen 22. — Endliche und unendliche Reihen 23. — Geschlossene und ungeschlossene endliche Reihen 23. — Die zwei Entfernungen 25. — Stetigkeit 25. — Die Schwelle 26. — Teilung 27. — Mehrfaltige Gruppen 28. — Beziehung zu den einfaltigen Gruppen 29. — Beispiel aus der Farbenlehre 30. — Arten der zweifaltigen Gruppen 31. — Dreifaltige Gruppen 32.

Fünftes Kapitel

Der Farbenkörper

Zuordnung 33. — Zählen und Messen 33. — Das Zehnersystem 34. — Einfachste Zuordnungen 34. — Stetige Reihen 35. — Das Gesetz der Stetigkeit 38. — Die Messung 38. — Einheiten 39. — Räumliche Zuordnungen 41. — Dio ungeschlossenen Reihen 41. — Die Einfarbenfläche 42. — Das farbgleiche Dreieck 44. — Ordnung im Farbendreieck 45. — Ortsbestimmung der Farben 47. — Die Transversalen 48. — Der Farbtonkreis 49. — Die Farbenkreise 50. — Verbindung des Farbenkreises mit anderen Reihen 51. — Die hellklare Kreisfläche 52. — Die trüben Flächen 53. — Der Farbenkörper 54. — Die Ordnung im Farbenkörper 54. — Bezifferung 56. — Die Kennzahl der Farben 57. Bedeutung der Zuordnung 58. — Gefahren der Zuordnung 59.

Sechstes Kapitel

Messungen

Vorbemerkung 61. — Abgrenzung des Gebietes 61. — Die Reihe Schwarz, Grau, Weiß 62. — Die dunkelklaren Reihen 64. — Die hellklaren Reihen 64. — Die trüben Farben 65. — Teilung des Farbenkreises 66.

Siebentes Kapitel

Die Mischung der Farben

Vorbemerkung 69. — Begriff und Grundgesetze 69. — Additive und substraktive Mischung 70. — Summierende und anteilige Mischung 71. — Mischung unbunter Farben 73. — Mischung bunter Farben 73. — Verschiedene Farbtöne 74. — Die Gegenfarben 74. — Bestimmung der Gegenfarben 77. — Folgerungen 77. — Erhaltung und Umwandlung der Farben 78. — Das allgemeine Farbenmischungsgesetz 78. — Der Farbton der Mischfarbe 79. — Die Reinheit der Mischfarbe 79. — Die Reinheitsfläche 80. — Der einfachste Fall 82. — Die geometrische Summe zweier Farben 83. — Rechnerische Erläuterungen 83. — Gleiche Farbenmengen verschiedener Reinheit 84. — Der allgemeinste Fall 85. — Das neue Problem 85. — Definition der reinen Farben 87.

Achtes Kapitel

Die Grundfarben

Die Aufgabe 89. — Die Anzahl der Grundfarben 89. — Vier Grundfarben 90. — Das Mischungsdreieck 91. — Verhalten der Farbstoffe 93. Die physiologische Dreiergruppe 93. — Die fünf Elemente 93.

Neuntes Kapitel

Geschichte der mathetischen Farbenlehre

Die Geschichte als Wissenschaft 95. — Newton 96. — Newtons Lehre 97. — Fehler und Unzulänglichkeiten 98. — Vergleich der Farben mit den Tönen 99. — Andere Anfänge 100. — Die malerischen Grundfarben 101. — Mayers Farbendreieck 102. — Die Farbenpyramide 104. — Die Wirkung 104. — Was erreicht war 105. — Goethes Farbenlehre 106. — Runges Farbenkörper 106. — Kritik 107. — Folgen 108. — Die Arbeiten von Chevreul 109. — Chevreuls chromatisch-hemisphärische Konstruktion 110. — Kritik 111. — Die physiologische Farbenlehre 112. — Graßmanns mathetische Grundlegung 114. — Kritik 115. — Das additive Gesetz 117. — Kritik 119. — Spätere Arbeiten 120. — Weitere Forschungen 120. — Die psychologische Farbenlehre 122.

Zehntes Kapitel

Schwierigkeiten für den wissenschaftlichen Betrieb der Farbenlehre

Objektive Schwierigkeiten 124. — Das künstlerische Vorurteil 125. — Der Physiker 126. — Der Kolorist 126. — Allgemeiner Charakter solcher Verhältnisse 127. — Die zwei Wege 128.

PROPERTY OF
TECHNICOLOR
LIBRARY

Erstes Kapitel

Die Stellung der Farbenlehre im Gebäude der Wissenschaften

Zweck der Einordnung. Die Frage nach der Stellung, welche ein bestimmtes Gebiet der Forschung und Lehre im Gesamtbau der Wissenschaften einnimmt, ist keineswegs wie vielfach geglaubt wird, nur von zweckloser Pedanterie eingegeben. Sie hat vielmehr die unmittelbare praktische Bedeutung, daß sich aus der Stellung alsbald die Einteilung dieses Gebietes im Inneren ergibt, und zwar in einer Form, daß kein wesentliches Stück übersehen werden kann. Aus der äußeren Einordnung folgt somit die innere Durchordnung, und ein solches Ergebnis ist so notwendig in seinem Wesen und so wertvoll in seiner Vollkommenheit, daß es unter allen Umständen aufgesucht werden müßte, auch wenn es sich nicht unmittelbar aus der Antwort auf jene Frage ergeben würde.

Die Farbenlehre ist eine psychologische Wissenschaft. Betrachtet man die Geschichte der Farbenlehre, so findet man ihre Pfleger und Förderer den mannigfaltigsten Arbeitsgebieten zugehörig. Während Newton sie als Physiker förderte, bearbeiteten Tobias Mayer und Lambert die Ordnung und Einteilung der Farben als Mathematiker. Die Kunst des Malens und Färbens wird von Künstlern und Chemikern gepflegt. So verdanken wir die ersten durchgeführten Sammlungen und Ordnungen der Farben in einem umfassenden System, sowie dessen Benutzung zur Kennzeichnung natürlicher Farben dem Maler Runge und dem Chemiker Chevreul, der eine solche Arbeit als Grundlage für die praktische Tätigkeit der Pariser Gobelinmanufaktur schuf. In neuerer Zeit endlich sehen wir nach dem Vorgange von Helmholtz sich die Physiologen der gleichen Aufgabe annehmen, während gleichzeitig die Augenärzte als wissenschaftliche Grundlage ihrer Kunst neben der Anatomie und Optik des Auges auch die Lehre

vom normalen und anormalen Farbensehen pflegen. Endlich ist in neuester Zeit mit der Entwicklung der Psychophysik oder Messung seelischer Vorgänge eine ausgedehnte Lehre von den farbigen Empfindungen entstanden, und die hierbei zu beobachtenden Erscheinungen haben dem Begründer dieser Wissenschaft, G. Th. Fechner wichtigstes Material für sein fundamentales Gesetz von dem Verhältnis zwischen Reiz und Empfindung geliefert. Dazwischen sehen wir einen Dichter wie Goethe um das gleiche Problem bemüht und erfahren von ihm, daß er zu seinen Forschungen bei der Suche nach Grundsätzen gelangt ist, welche das Problem des malerischen Kolorits, also eine ästhetische Frage, zu lösen vermöchten. Die Arbeit aber übergibt er dem Philosophen Schopenhauer, der auf Grund seiner Erkenntnislehre sie um ein wichtiges Stück fördert.

Und so ist es bis auf den heutigen Tag geblieben, wo Vertreter aller dieser verschiedenen Gebiete neben (aber leider meist nicht mit) einander sich als Fachmänner in der Farbenlehre fühlen und betätigen.

Erinnert man sich nun des allgemeinen Baues der Gesamtheit aller Wissenschaften, demzufolge deren Reihenfolge durch den zunehmenden Inhalt und abnehmenden Umfang ihrer maßgebenden Begriffe bedingt wird, so kann man aus den beschriebenen Verhältnissen folgendes schließen. Wenn Mathematik, Physik, Chemie, Physiologie und Psychologie (der die Ästhetik zuzurechnen ist) an der Farbenlehre sich betätigt haben und noch betätigen, so folgt daraus, daß diese Wissenschaft alle genannten zur Voraussetzung hat und für ihren Inhalt verwertet. Die Farbenlehre gehört also entweder der Psychologie an oder einer Wissenschaft, die noch über dieser steht. Nun findet sich oberhalb der Psychologie nur noch die Soziologie (oder besser Kulturologie) und allenfalls die Geniologie. Es leuchtet alsbald ein, daß man die Farbenlehre dort nicht unterbringen kann. Somit bleibt nur übrig, sie in der Psychologie unterzubringen, und ein Augenblick des Nachdenkens läßt erkennen, daß dies in der Tat ihr natürlicher Platz ist.

Die Farbe ist eine Empfindung. Die Tatsache, daß ein Blindgeborener den Begriff der Farbe auf keine Weise gewinnen kann, während ihm bei genügender geistiger Ausbildung etwa die Begriffe der Zahl, der Kugel, der Masse, des chemischen Elements, der Verdauung usw.

durchaus zugänglich sind, beweist, daß zur Bildung des Begriffs der Farbe das besondere Sinneswerkzeug, nämlich das Auge gehört. Nun kann ein Auge, dessen Verbindung mit dem Gehirn getrennt ist, zwar noch farbige Bilder der Außenwelt auf der Netzhaut entstehen lassen; es ist aber nicht fähig, Farben zu erkennen. Hierzu gehört noch der nervöse Apparat mit Einschluß der verbundenen Gehirnteile und die von diesen bewirkte geistige Tätigkeit; ohne sie kommt eine Farbe nicht zustande. Damit ist die Natur der Farbe als Empfindung und zwar als die durch das Auge und seinen Anhang im Gehirn vermittelte Empfindung erwiesen.

Somit ist Goethe im Unrecht, wenn er in der Einleitung seines Lebenswerks über die Farben die Worte schreibt: „Die Farben sind Taten des Lichts, Taten und Leiden". Es macht sich ihm wie bei vielen Reformatoren der merkwürdige Umstand geltend, daß er an wichtigster Stelle, nachdem der Bahnbrecher alles mögliche zur Neubegründung seiner Sache getan zu haben glaubt, beim letzten Schritt, bei der restlosen Auswirkung des reformatorischen Gedanken versagt. Während sein ganzes Werk die entscheidende Mitwirkung des Auges zum Zustandekommen der Farbe von allen Seiten hervorgehoben und beleuchtet hat, fällt Goethe an der Stelle, wo man eine durchgreifende Zusammenfassung seines Gedankenganges erwartet, in die von ihm selbst so heftig bekämpfte Unzulänglichkeit seiner physikalischen Gegner zurück und hebt nicht wie sonst den physiologischen sondern den entfernteren physikalischen Faktor der Farbenempfindung als maßgebend hervor.

Bekanntlich hat Schopenhauer diesen Punkt mit der ihm eigenen Energie und Rücksichtslosigkeit gegenüber Goethe zur Geltung gebracht (der sich in ihm einen streitbaren Vertreter seiner Ansichten zu erziehen versucht hatte) und von seinem Lehrer die Annahme und Anerkennung seines Fortschrittes verlangt. Goethe versagte sie, nicht ausdrücklich, aber durch Ablehnung jedes Eingehens auf die Differenzpunkte, da seine Periode solcher Arbeiten abgeschlossen hinter ihm lag, und erleichterte sein Herz durch einige gegen Schopenhauer gerichtete Epigramme. Dieser aber, der sich in seinen optischen Leistungen neben Helmholtz wie ein Montblanc neben einem Maulwurfshaufen vorkam, konnte seine Auffassung nicht durchsetzen und erst auf weitem Umwege näherte sich

die heutige Farbenlehre der seinerzeit abgerissenen Linie Goethe—Schopenhauer. Allerdings nicht, um dort Halt zu machen und in den rund ein Jahrhundert alten Leistungen den Höhepunkt menschlicher Erkenntnis zu sehen. Eine solche Auffassung ist literarisch, aber nicht wissenschaftlich. Vielmehr muß der Farbenlehre wie jeder anderen Wissenschaft der volle Ertrag der inzwischen geleisteten ungeheuren Forschungsarbeit zugute kommen, die im letzten Jahrhundert ein Vielfaches von dem zutage gefördert hat, was alle früheren Jahrhunderte zusammen geleistet hatten.

Daß hier entscheidende Fortschritte so spät einsetzen, liegt an dem eben betonten Umstande, daß die Farbenlehre eine psychologische Wissenschaft ist. Da sie als solche die allgemeineren Wissenschaften von der Logik bis zur Physiologie zur Voraussetzung hat, mußte sie auf deren hinlängliche Entwicklung warten, um ihre eigene Arbeit angemessen vertiefen zu können. Man kann sogar sagen, daß unter den psychologischen Wissenschaften die Farbenlehre eine der vorgeschrittensten ist; sie wird nur von der Tonlehre übertroffen, deren einfacheres Material eine frühere Entwicklung erlaubt hat. Dagegen haben die vielfachen Bemühungen unserer Zeit, eine Gesamtwissenschaft der Psychologie organisch zu gestalten, bisher noch nicht zu einem eindeutigen Ergebnis geführt, während doch die praktische Bedeutung, die eine wissenschaftliche exakte Psychologie haben könnte, unseren heutigen Problemen gegenüber sich überwältigend geltend macht.

Die Farben sind die Elemente des Gesehenen. Die Betätigung des Auges nennen wir sehen, und es ist zunächst festzustellen, ob wir außer den Farben noch etwas anderes sehen. Mit der Antwort ist man meist schnell bei der Hand, in solchem Sinne, daß wir außer den Farben noch Formen sehen, wobei noch die Neigung besteht, diese als das erste und allgemeinste Gesehene zu betrachten.

Indessen lehrt eine eindringendere Untersuchung alsbald, daß die Farben tatsächlich das erste und allgemeinste sind, was wir sehen. Betrachten wir den Inhalt unseres Gesichtsfeldes vollkommen unmittelbar, ohne uns darum zu kümmern, was dieser Inhalt „bedeutet", d. h. welche Gedankenzusammenhänge und Erinnerungen wir mit ihm verbinden, so stellt er sich als eine in einer Fläche ausgebreitete Mannig-

faltigkeit farbiger Flecken dar. Diese Flecken gehen zum Teil stetig ineinander über, so daß sie an verschiedenen Stellen verschiedene Farben haben, ohne daß man genau den Ort angeben kann, wo eine Farbe aufhört und die andere beginnt. Zum anderen und größeren Teil grenzen die Flecken aber unstetig aneinander, so daß sich zwischen ihnen Grenzlinien ausbilden. Erst aus dem Zusammenwirken solcher Farbenflecken entsteht das, was wir Form nennen; diese ist also erst ein Ergebnis aus dem Vorhandensein der Farbe und ihrer räumlichen Ordnung, wozu noch weiterhin eine meist ziemlich verwickelte Erfahrung über die Zusammengehörigkeit gewisser Fleckengruppen gehört.

Die Farben sind also das erste und unmittelbarste Ergebnis des Vorganges, den wir Sehen nennen und sind somit als die Elemente unserer gesamten visuellen Erfahrung anzusprechen. Die Farbenlehre ist demgemäß die Grundlage der gesamten Lehre vom Sehen.

Mannigfaltigkeit der Farbe. Damit in der beschriebenen Weise die höheren und verwickelteren Inhalte des Sehens zustande kommen, müssen notwendig Unterschiede in den Sehelementen oder Farben bestehen, da sonst keine Grenzen zur Beobachtung gelangen könnten. Tatsächlich erweist sich die Mannigfaltigkeit der Farben als ungemein groß.

Unter Vorbehalt einer genaueren Untersuchung an späterer Stelle vergegenwärtigen wir uns zum Zwecke des ersten Überblicks die farbigen Hilfsmittel, deren man sich zur bildlichen Darstellung der Wirklichkeit bedient. Die erste und einfachste Mannigfaltigkeit ist das Paar Schwarz-Weiß, mit dessen Hilfe wir durch Umrißzeichnungen bereits eine in sehr vielen Fällen ausreichende Abbildung ermöglichen. Erheblich weiter führt die Einfügung einer Reihe von Zwischenstufen, die wir Grau nennen; die entsprechenden Halbtonbilder ermöglichen bereits eine viel vollständigere Darstellung der Außenwelt.

Weiterhin können zu den grauen Farben die bunten gefügt werden. Hier wird die Mannigfaltigkeit für das nicht wissenschaftlich geführte Auge überwältigend. Denn man kann nicht nur, wie in der Schwarz-Grau-Weiß-Reihe von jedem Punkte vor- oder rückwärts, zu einem helleren oder dunkleren Grau, gehen, sondern eine gegebene bunte Farbe läßt sich in vielfacher Weise stetig verändern. Ein Grün

kann man gelblicher oder bläulicher machen, ein Blau nach Grün oder Veil[1]) abtönen und so an jeder Farbe den Farbton verändern. Ferner kann man auch eine Farbe unter Beibehaltung des Farbtons durch Weiß in stetiger Folge aufhellen oder durch Schwarz verdunkeln. Und damit sind die Möglichkeiten nicht erschöpft, denn man kann jede bunte Farbe auch durch irgend ein Grau zunehmend trüber machen, und hierzu jedes Grau verwenden, das an irgend einer Stelle zwischen Schwarz und Weiß steht.

Alle diese Mannigfaltigkeiten sind ebensoviele Quellen von Verschiedenheiten im Gesichtsfelde und es ist verständlich, daß sie zureichen können, um jene unerschöpfliche Mannigfaltigkeit des Weltbildes herzustellen, deren Kenntnis wir durch das Auge erlangen. Dabei erweist sich, daß diese Mannigfaltigkeit größer ist, als die aller anderen Sinnesempfindungen. Demgemäß ist das gesehene Weltbild sehr viel vollständiger und eingehender, als das getastete, gehörte, geschmeckte oder gerochene. Das Auge ist somit das wertvollste Sinnesorgan, da es uns von der Welt mehr erkennen läßt, als irgend ein anderes. Darum erweist sich die Farbenlehre als die wichtigste aus der ganzen Gruppe der Wissenschaften, welche die Sinnesempfindungen, d. h. die Grundlagen unserer ganzen geistigen Tätigkeit zum Gegenstande haben.

[1]) Veil für Violett.

Zweites Kapitel

Einteilung der Farbenlehre

Übersicht. Die Ordnung aller Wissenschaften erfolgt auf Grund der Erwägung, daß die Begriffe die Arbeit in der Wissenschaft nach Inhalt und Form bestimmen. Nun besteht für die Begriffe das allgemeine Gesetz, daß ihr Umfang, d. h. die Anzahl der Einzelfälle, die durch den Begriff zusammengefaßt werden, im umgekehrten Verhältuis steht zu ihrem Inhalt, d. h. der Mannigfaltigkeit der Aussagen, die für jeden dem Begriff unterliegenden Einzelfall Geltung haben. Je umfassender ein Begriff ist, um so ärmer ist er an Inhalt und umgekehrt.

Demgemäß ist die Wissenschaft, welche die allgemeinsten Begriffe bearbeitet, zwar die umfassendste, sagt aber über den Einzelfall am wenigsten aus. Es ist dies die Gruppe von Einzelwissenschaften, die sich um den Begriff der Ordnung scharen, insbesondere Logik und Mathematik, die wir zusammen Mathetik nennen wollen Alle Dinge und Verhältnisse müssen, um überhaupt wissenschaftlich erfaßt zu werden, zunächst dem Begriff der Ordnung unterworfen werden, und das ist der Grund, weshalb auch die erste Frage zur Farbenlehre ihrer Einordnung in das Gesamtgebiet der Wissenschaft gegolten hat.

Mit zunehmend reicherem Inhalt aber abnehmendem Umfange folgen die Wissenschaften Physik, Chemie, Physiologie und Psychologie, welch letzterer die Farbenlehre angehört. Diese Reihenfolge bedingt nun folgende durchgreifende Gesetzmäßigkeit.

Betrachten wir zunächst das Verhältnis der Mathetik zur Physik, so ergibt sich, daß zwar Logik und Mathematik durchgehende und höchst wichtige Anwendungen in der Physik finden, daß aber umgekehrt die Physik gar keine Anwendung auf Logik und Mathematik hat. Ebenso setzt die Chemie sowohl Mathetik wie Physik voraus, nicht aber umgekehrt. Auch kann man nicht Physiologie ohne mathe-

tische, physikalische und chemische Kenntnisse treiben, wohl aber die allgemeineren Wissenschaften ohne Kenntnisse aus der Physiologie. Allgemein ergibt sich, daß für jede Wissenschaft alle diejenigen Wissenschaften vorausgesetzt werden oder als Hilfswissenschaften dienen, die ihr im Range voraufgehen, nicht aber umgekehrt.

Machen wir hiervon die Anwendung auf die Farbenlehre, so müssen wir zu ihrem Betriebe Mathetik, Physik, Chemie und Physiologie voraussetzen. Die Teilwissenschaften, welche sich aus deren Anwendung auf die Farbenlehre ergeben, stellen ebensoviele Untergruppen innerhalb der allgemeinen Farbenlehre dar, und zwar genau in der Reihe, in welcher sich diese Wissenschaften im System folgen. Demgemäß zerfällt die ganze Farbenlehre in die folgenden fünf Wissenschaften:

1. Mathetische Farbenlehre;
2. Physikalische Farbenlehre;
3. Chemische Farbenlehre;
4. Physiologische Farbenlehre;
5. Psychologische Farbenlehre.

Von diesen sind die vier ersten als vorbereitende Wissenschaften anzusehen, während die letzte die Farbenlehre im engeren Sinne und in ihrer ganzen Vertiefung behandelt.

Auf Grund der Allgemeinheit der eben durchgeführten Untersuchung können wir sicher sein, jede einzelne Forschung oder Frage aus der Farbenlehre einem der genannten Gebiete einordnen zu können und weitere Abteilungen neben diesen niemals nötig zu haben. Deshalb ist auch das vorliegende Werk in entsprechende fünf Bücher geteilt und die in absehbarer Zeit zu eröffnende Sammelschrift über die Farbe, welche in Einzelarbeiten alle Fragen des ganzen Gebietes behandeln soll, wird keine Forschung bringen können, und sei sie noch so neu und originell, die sich nicht in einer dieser fünf Abteilungen zwanglos einfügen wird. Es ist mit einem Wort durch die vorangegangene Untersuchung ein Gerüst errichtet worden, innerhalb dessen in aller Zukunft jedes Stück neuer Forschung alsbald wird untergebracht und an seinen Ort gestellt werden können.

Mathetische Farbenlehre. Die Aufgabe des ersten Gebietes ist, die Ordnung der gesamten Farbenlehre festzustellen. Dieser Auf-

gabe sind die bisherigen Erörterungen gewidmet gewesen, welche zu der Einordnung unserer Wissenschaft in die Gesamtwissenschaft und zu ihrer grundsätzlichen Einteilung in die wesentlichsten Stücke geführt haben. Es liegt darnach noch die Aufgabe vor, Ordnung und Inhalt der einzelnen Stücke, und zuerst des ersten, der mathetischen Farbenlehre festzustellen.

Hierzu ist erforderlich, zunächst den Begriff der Farbe nach Inhalt und Umfang genau zu begrenzen. Es ist dies um so notwendiger, als sich die wissenschaftliche Farbenlehre noch in einem ziemlich unentwickelten Zustande befindet. Demgemäß sind noch sehr verschiedene Meinungen über die grundlegenden Begriffe vorhanden und werden vertreten. Dies hat zur Folge, daß die Beziehungen zwischen den Begriffen und ihren Namen noch keineswegs fest stehen. Eine vollständige und eindeutige Zuordnung beider ist aber ein unentbehrliches Erfordernis für jede gesunde Weiterentwicklung des Faches.

Da das hierbei verwendete Material an Worten und Namen dem bisherigen Gebrauch entnommen werden muß, ist es auf keine Weise zu vermeiden, daß Einschränkungen und Erweiterungen aller Art erforderlich werden. Denn im vorwissenschaftlichen Zustande ist der Zusammenhang zwischen Wort und Begriff schon deshalb locker und unbestimmt, weil die Begriffe selbst noch nicht sachlich feststehen. Der Sprachgebrauch seinerseits ist in dieser Periode niemals ein Ausdruck logischen Denkens, sondern der einer primitiven, unbewußt bildhaften oder symbolischen Anschauung, durch welche irgend ein besonders naheliegender Teil des fraglichen Begriffes ohne kritische Prüfung seiner Bedeutung zur Namengebung herangezogen zu werden pflegt. Hierbei sei besonders betont, daß diese bildliche oder symbolische Sprachform der Ausdruck für die zu solchen Zeiten noch vorhandene Beschränktheit des Denkens ist, und nicht etwa, wie von literarisch (d. h. ungenügend wissenschaftlich) Gebildeten vielfach angenommen wird, das Ergebnis eines besonders kraftvollen „anschaulichen" Denkens. Logische und kausale Zusammenhänge zu begreifen ist eine sehr späte Erwerbung des Menschengeistes, die insbesondere erst lange nach der Festlegung der Sprache erreicht wird, und die erst lange nach ihrer ersten Erreichung Allgemeingut wird.

Eine andere, nicht minder wichtige Aufgabe der mathetischen Farbenlehre ist die Feststellung der Mannigfaltigkeits- und Ordnungsbeschaffenheit ihrer maßgebenden Elemente, der Farben. Wenn wir feststellen, wie das später ausführlich dargelegt werden wird, daß z. B. die Gruppe der unbunten Farben eine einfaltige stetige Mannigfaltigkeit mit zwei endlichen Endpunkten ist, so sind damit sehr bestimmte und folgenreiche Aussagen über die Natur und die Gesetze der unbunten Farben getan, die auf Grund jeder Feststellung jeder entwickeln kann, dem die benutzten mathetischen Begriffe geläufig sind.

Endlich hat die ordnungswissenschaftliche Behandlung den Erfolg, daß sie vorhandene Lücken der Forschung und Begriffsbildung aufdeckt und zu ihrer Ausfüllung Anleitung gibt. Dies folgt aus dem Begriff der Ordnung selbst. Ob in einem Buch ein Blatt fehlt, erkennt man ohne weiteres, wenn die Blätter geordnet sind und die Zeichen ihrer Ordnung, die Seitenzahlen, tragen. Anderenfalls müßte man das ganze Buch durchlesen und könnte trotzdem die Lücke übersehen, wenn zufällig ein leidlicher scheinbarer Anschluß zwischen ihren beiden Enden vorhanden ist. So verhält es sich auch mit der Wissenschaft. Deren Lücken treten bei sachgemäßer Ordnung automatisch hervor, ohne daß der Bearbeiter eine schöpferische Geistesarbeit zu ihrer Entdeckung aufzuwenden hat. Zur Ausfüllung der Lücken ist eine solche allerdings erforderlich, und zwar um so mehr, je größer und häufiger die Lücken sind.

Innerhalb der mathetischen Farbenlehre macht sich die Gliederung der Mathetik in Logik und Mathematik geltend. Es werden demgemäß zuerst die logischen oder ordnungswissenschaftlichen Grundlagen der Farbenlehre abgehandelt. Erst von diesen aus kann untersucht werden, ob und wie weit sich der Begriff der Größe (der wesentliche Begriff der Mathematik) auf die Farbe anwenden läßt. Es erweist sich, daß dies gegenwärtig in weitem Umfange möglich ist.

Physikalische Farbenlehre. Damit die Empfindung der Farbe zustande kommt, ist wie bei allen Sinnesempfindungen eine Arbeitsleistung seitens der Außenwelt am Sinnesorgan, allgemein gesprochen eine Energiebetätigung erforderlich. Die physikalische

Farbenlehre hat die Art und Wirkungsweise der Energie in dem vorliegenden Falle festzustellen. Aus den allgemeinen und besonderen Gesetzen, denen diese Energie unterliegt, lassen sich gewisse Gesetze der Wirkungen ableiten, die sie im Sinnesorgan hervorbringt.

Im vorliegenden Falle ist die wirksame Energie, welche die Farben hervorbringt, das Licht, das durch elektromagnetische Schwingungen gebildet wird. Diese gehen mit sehr großer aber endlicher Geschwindigkeit geradlinig durch den Raum und werden durch wägbare Stoffe in ihren Bewegungen stark und mannigfaltig beeinflußt. Von ihren Besonderheiten hat sich nur die Schwingungszahl als wesentlich für die Farbe erwiesen, während die Schwingungsebene ohne Einfluß ist.

Hieraus ergeben sich zahlreiche und mannigfaltige Beziehungen zwischen Licht und Farbe, deren Erforschung und geordnete Darstellung die Aufgabe der physikalischen Farbenlehre ist.

Neben dieser theoretischen Anwendung besteht noch die praktische, daß die Physik Anleitung zur Einrichtung zahlreicher Apparate für die Beobachtungen und Messungen in der Farbenlehre gibt. Hierbei kommen gemäß der praktischen Natur der Aufgaben nicht nur die Gesetze der Lichtlehre zur Anwendung, sondern auch die vielen anderen Gebiete der Physik, gemäß den Stoffen und Verfahren, die zur Benutzung gelangen.

Chemische Farbenlehre. Der eben erwähnte Umstand, daß die wägbaren Stoffe einen starken Einfluß auf das Licht ausüben, läßt erkennen, wo und wie die Chemie mit der Farbenlehre zusammenhängt. Jener Einfluß erstreckt sich zum Teil nur auf die Geschwindigkeit des Lichtes und gibt zur Lichtbrechung und Fächerung Anlaß, zum anderen Teil wird das Licht je nach seiner Schwingungszahl ganz oder teilweise verschluckt, d. h. in andere Energieformen verwandelt, wobei besondere Schwingungsgebiete erhalten bleiben und, falls sie von einem Auge aufgenommen werden, Farben bewirken. Alle diese Wirkungen hängen auf das engste mit der chemischen Natur der Stoffe zusammen, so daß man diese kennen muß, wenn man jene hervorbringen und untersuchen will.

Insbesondere sind wichtig für die Farbenlehre solche Stoffe, welche bestimmte und begrenzte Schwingungsgebiete durchlassen und andere

verschlucken. Man nennt sie, wenn diese Eigenschaft bis zu einem gewissen Grade entwickelt ist, Farbstoffe oder Pigmente. Diese Eigenschaften stehen in funktionellem Zusammenhange mit den Grundlagen aller chemischen Verschiedenheiten, der Zusammensetzung aus den chemischen Elementen der Art und der Form nach. Zusammenhänge zwischen Farbe und chemischer Zusammensetzung einerseits, chemischer Konstitution andererseits sind zum Teil bereits bekannt, zum anderen und größeren Teil harren sie noch der Erforschung und vor allem der organischen Zusammenfassung unter allgemeine Gesetze.

Die mit besonderen Farbeigenschaften ausgestatteten Stoffe haben außerdem sehr verschiedenartige Beschaffenheit je nach ihrer chemischen Natur und beanspruchen demgemäß auch verschiedenartige Behandlungs- und Benutzungsweisen bei der Herstellung von Flächen mit bestimmten Farben. Tünchen und Malen, Färben von Geweben und Fasern, ferner die Frage nach der Dauerhaftigkeit, insbesondere Lichtechtheit der erzielten Gebilde stellen alle besondere Abteilungen der chemischen Farbenlehre dar, deren Umfang in unserer Zeit durch die hochentwickelte Industrie der künstlichen Farbstoffe ins unübersehbare gesteigert worden ist.

Hierzu kommen noch zahlreiche praktische Aufgaben, die sich auf die Bindemittel der Tünchen, die Beizen der Färberei und viele andere mit der Farbenlehre im Zusammenhange stehende Techniken beziehen und nur auf Grund chemischer Kenntnisse zu lösen sind. Der Umfang und Inhalt der gesamten chemischen Farbenlehre übersteigt damit bereits den durchschnittlichen Fassungsraum eines menschlichen Gehirns.

Physiologische Farbenlehre. Von dem Augenblicke, wo die Lichtenergie in den Augapfel dringt, beginnt das Reich der physiologischen Farbenlehre. Ihr kommt zunächst die anatomische Beschreibung des Auges, des Sehnervs und der mit diesem zusammenhängenden Gehirnteile zu. Dann hat sie die Wirkung des Lichtes im Auge darzustellen, d. h. zuerst die Erzeugung des Bildes der Außenwelt im Augengrunde. Sodann hat sie zu erforschen, welche Umwandlungen die Lichtenergie im empfangenden Organ, der Netzhaut des Auges erfährt, und wie sich diese Wirkungen bis zum Zentralorgan ausbreiten.

Diese Aufgaben beziehen sich auf das menschliche Sehen. Viele Tiere haben ganz andere Einrichtungen zum gleichen Zwecke. Die entwicklungsgeschichtliche Feststellung des Ausbildungsganges, den das Auge zurückgelegt hat, um bis zur gegenwärtigen Stufe zu gelangen, wirft ein höchst aufklärendes Licht auf die Frage nach der Beschaffenheit seiner jetzigen Funktionen. Somit ist es wissenschaftlich geboten, die Forschungen der physiologischen Farbenlehre auch auf andere Lebewesen auszudehnen. Sie brauchen sogar nicht einmal an der Grenze des Tierreiches halt zu machen, nachdem es gelungen ist, primitive Sehorgane auch bei Pflanzen nachzuweisen.

Die praktische Seite dieses Gebietes bezieht sich in erster Linie auf die Pflege und Erhaltung des Sehorganes und die Feststellung der geeignetesten Bedingungen für seinen Gebrauch.

Psychologische Farbenlehre. Während die bisherigen vorbereitenden Abteilungen der Farbenlehre sich wesentlich auf die der Außenwelt angehörigen oder objektiven Faktoren bezogen, die zur Entstehung der Empfindung Farbe wesentlich sind, behandelt die psychologische Farbenlehre den im Gehirn oder im geistigen Gebiete verlaufenden letzten und entscheidenden Anteil des ganzen Vorganges. Damit sind wir in das Gebiet der Farbenlehre im engeren Sinne eingetreten. Die hier zu bearbeitenden Fragen sind sehr zahlreich. Nach Feststellung der allgemeinen Eigenschaften des Sehens ist eine naturgesetzlich begründete Ordnung der Farben aufzusuchen und durchzuführen. Es werden unbunte und bunte Farben unterschieden, sowie bei beiden die verschiedenen Zusammenhänge festgestellt. Hierbei kann über den in jüngster Zeit erreichten Fortschritt berichtet werden, durch welchen endgültig Zahl und Maß auch dieses Reich erobert haben.

Eine andere Gruppe von Aufgaben bezieht sich auf die Stetigkeit der Farbenreihen und die endlichen Grenzen für ihre Unterscheidbarkeit, die verschiedenartigen Schwellenwerte. Die Grundfrage nach dem Zusammenhange zwischen Reiz und Empfindung gewinnt gegenüber der vielfachen Mannigfaltigkeit der Farben eine entsprechende vielseitige Ausgestaltung.

Nach diesen auf einzelne Farben bezüglichen Feststellungen kann auf die Frage nach der gleichzeitigen Wirkung mehrerer nebeneinander

im Gesichtsfeld befindlichen Farben eingegangen werden. Die allgemeine Erscheinung des Kontrastes findet hier ihre Erörterung und gesetzmäßige Fassung.

In ihrer Fortsetzung führen diese Forschungen notwendig auf die Fragen nach der ästhetischen Wirkung gewisser Farben und Farbenzusammenstellungen. Das Problem der Farbenharmonie und der Sonderfall des Kolorits in der Malerei, von dem G o e t h e in seinen Forschungen ausgegangen war, stellt sich hier als ein spätestes und schwierigstes Problem der ganzen Farbenlehre dar.

Die gleiche Frage führt unmittelbar ins Praktische, nämlich in das Kunstgewerbe. Hier ist zwar die farbige Wirkung als höchst wichtiger Faktor für den allgemeinen Eindruck von jeher anerkannt worden; die alltägliche Verwendung unwirksamer, ja abstoßender Farbenzusammenstellungen läßt aber erkennen, daß hier noch die allereinfachsten Grundgedanken mangeln, durch welche man die ästhetische Wirkung der Farbe sicher und bewußt hervorbringen kann. Überlegt man, daß es durchschnittlich nicht mehr kostet, harmonische Farben zu verwenden, als unschöne, daß aber mit jenen ausgestattete Gegenstände unter sonst gleichen Bedingungen weit lieber benutzt und besser bezahlt werden, so erkennt man die unabsehbare praktische Bedeutung der Farbenlehre auf wirtschaftlichem Gebiete. Gleichzeitig gewährt die wissenschaftliche Bewältigung dieses umfassenden Problems im höchsten Maße den unvergleichlichen Genuß schöpferischer Arbeit, welcher allein schon einen reichlicher Lohn der dahin gerichteten Mühen sichert.

Drittes Kapitel

Begriffe und Namen

Sprachliche Atavismen. Es ist oben bereits angedeutet worden, wie verschiedenartig die Hände waren, in denen die Pflege der Farbenlehre lag. So sehen wir denn auch den Hauptnamen „Farbe" bei diesen verschiedenen Forschern die mannigfaltigsten, voneinander weit verschiedenen Bedeutungen gewinnen. Der Chemiker nennt die stofflichen Ergebnisse seiner Mischungen, Schmelzungen, Fällungen usw. Farben, während der Physiker die Ergebnisse der Brechung und Fächerung des Lichtes, der Beugung oder der Interferenz Farben nennt. Halten wir an dem Begriffe fest, den wir von vornherein mit dem Worte Farbe streng und eindeutig verbunden haben, wonach die Farbe eine E m p f i n d u n g ist, so erkennen wir, daß jene jeweils einen Faktor in der Ursachenkette, die zu dem Endergebnis der Farbe führt, mit dem gleichen Namen bezeichnet haben.

Es liegt hier einer der zahllosen Fälle vor, wo die Sprache, namentlich die des täglichen Lebens, Anschauungen und Urteile aufbewahrt, welche sachlich schon längst aufgegeben sind. Wir reden noch immer vom Sonnenaufgang, während schon die Kinder in der Dorfschule lernen, daß die Sonne stille steht und die Erde sich dreht. So bezeichnen auch jene verschiedenen Bedeutungen des Wortes Farbe die langsame Klärung der wissenschaftlichen Anschauungen, durch welche der entsprechende Begriff mehr und mehr von dem Körperlichen, das ihm anfangs anhaftete, befreit und zuletzt rein auf das geistige Erlebnis zurückgeführt wurde.

Alte Unzulänglichkeiten. Da aber gegenwärtig diese Erkenntnis noch keineswegs allgemein verbreitet ist, so besteht im Sinne der wissenschaftlichen Genauigkeit ein dringendes Bedürfnis, die Bezeichnung der vorhandenen Begriffe streng eindeutig durchzuführen.

Jedem Begriff sollte nur ein Wort, und jedem Wort nur ein Begriff zugeordnet werden. Höchstens wird man sich gestatten, entsprechend der gegenwärtigen Übergangszeit einzelnen Begriffen zwei Namen, einen deutschen und einen fremdsprachlichen zu geben, da dies niemals eine Verwirrung bewirken kann.

So soll in diesem Buche das Wort F a r b e immer nur in der Bedeutung einer E m p f i n d u n g gebraucht werden, zum Ausdruck der Erkenntnis, daß die Farbenlehre ein Teilgebiet der Psychologie ist. In logischer Sprache sollte man dann auch nicht sagen, daß z. B. die Rose eine rote Farbe „hat". Die rote Farbe, nämlich diese besondere Art Empfindung „hat" offenbar nur der Beschauer und die Rose hat nur die Eigenschaft, diese Empfindung im Beschauer zu bewirken. Das hier bestehende Verhältnis wird deutlicher, wenn man es bei den anderen Sinnesempfindungen untersucht. Man sagt der Rose auch nach, sie „habe" einen süßen Duft, während doch kein Zweifel besteht, daß der Duft als Empfindung erst in der Nase zu entstehen beginnt, wo die Rose nicht ist. Genauer (aber nicht genau) sagt man daher, sie sende den Duft aus, da sie doch nur die Dämpfe des flüchtigen Öls aussendet, welches auf die Riechkölbchen der Nasenschleimhaut mit dem bekannten Erfolg einwirkt. Dagegen sagt man von einer Kanone nicht, daß sie einen starken Knall „hat"; man läßt ihn von der Kanone hervorbringen. Der Unterschied ist indessen nur einer der Zeitdauer, denn die Flöte läßt man wieder einen weichen Ton „haben", weil die Flötentöne meist als Dauererscheinung empfunden werden.

Diese Beispiele zeigen, wie unsicher und widerspruchsvoll der Sprachgebrauch im Gebiete der Sinnesempfindungen ist. Hierdurch werden bestimmte und eindeutige Regelungen eine Notwendigkeit, sobald bestimmte und genau definierte wissenschaftliche Gedanken zum Ausdruck gebracht werden sollen. Da indessen ein streng logischer Sprachgebrauch sehr weit von dem gegenwärtigen abweichen würde, muß seine vollständige Durchführung vertagt werden, bis vielleicht nach dem allgemeinen Durchdringen der richtigen Auffassung das Sprachgefühl jene logischen Wendungen fordert.

Der chemische Begriff. Für Stoffe, welche in ausgeprägter Weise bestimmte mehr oder weniger reine Farben bewirken oder „haben", und die man gegenwärtig allgemein auch Farben nennt, wird in diesem

Buche ausschließlich der Name Farbstoff (Pigment) gebraucht werden. Er gehört bereits unserem allgemeinen Sprachschatz an und seine Durchführung wird deshalb keinen Widerstand erfahren, wenigstens bei solchen, denen das Bedürfnis nach logischer Reinlichkeit bereits Instinkt geworden ist.

Ein weiterer Unterschied kann noch in folgendem Sinne gemacht werden. Farben werden nicht nur die unvermischten chemischen Produkte und Mineralien genannt, die als Pigmente benutzt werden, sondern auch die malfertigen Körper, die meist Gemische von Farbstoffen und Bindemitteln sind, aber nicht immer, wie die Pastell„farben". Es erscheint wünschenswert, auch für diese Verschiedenheit einen sprachlichen Ausdruck zu haben. Hier bietet sich das Wort Tünche an, welches künftig allgemein für einen malfertig gemachten Farbstoff dienen soll. Bisher hat man es meist auf Gemische mit wässerigen Bindemitteln beschränkt; Öltünche (für Ölfarbe) zu sagen ist nicht gebräuchlich und Pastelltünche klingt ganz fernliegend. Da aber das Zeitwort „tünchen" allgemein das Überdecken mit einer Farbstoffschicht bedeutet, so steht sachlich jener Ausdehnung der Bedeutung des Wortes Tünche nichts entgegen und sie wird im Interesse der Sache in diesem Werk durchgehend benutzt werden.

Die physikalischen Farben. Die energetische Ursache der Farbe heißt Licht und es steht dem nichts mehr im Wege, von blauem oder rotem Licht zu sprechen, als oben gegen die Verbindung „rote Rose" eingewendet wurde. Unbequemer liegt der Fall bei Ausdrücken wie „Beugungsfarben" u. dgl. Hier spielt nämlich eine andere Unbestimmtheit des Sprachgebrauches hinein, derzufolge man „farbiges" und „farbloses" (nämlich weißes) Licht unterscheidet und das Auftreten bunter Farben bei gewissen Vorgängen (Interferenz der Lichtwellen) zum Ausdruck bringen will. Überlegt man aber, daß die weißen und schwarzen Empfindungen von ganz derselben allgemeinen Beschaffenheit sind, wie die roten oder grünen, so leuchtet ein, daß man diese verengte Benutzung des Wortes Farbe durchaus nicht gelten lassen kann, ohne die Logik der Namengebung zu stören.

Eine Abhilfe weiß ich aber noch nicht vorzuschlagen. Da in diesem Buche von solchen Erscheinungen mehrfach die Rede wird sein müssen, bleibt mir nur übrig, solche mit „Farbe" zusammengesetzte

PROPERTY OF TECHNICOLOR

Hauptwörter tunlichst zu vermeiden und dafür andere sprachliche Wendungen zu benutzen, die das gleiche sagen, ohne die Folgerichtigkeit der Namengebung zu verletzen.

Bunt und unbunt. Der soeben berührte Gegensatz zwischen Farben der Gruppe rot, blau, grün usw. und der Gruppe schwarz, grau, weiß, der zuweilen mit den Worten f a r b i g und f a r b l o s bezeichnet wird, soll in diesem Buche ständig durch die Worte b u n t und u n b u n t zum Ausdruck gebracht werden. Auch hier gilt es, eine bisher übliche Mehrdeutigkeit der Sprache zu beseitigen. Denn mit dem Worte bunt wird zwar oft der eben gekennzeichnete Begriff verbunden (Beispiel: bunte Blumen), zuweilen aber auch das gleichzeitige Vorhandensein vieler ausgeprägter Farben nebeneinander. (Beispiel: bunte Wiese.) Wollen wir uns genau ausdrücken, so müssen wir jedenfalls eine der beiden Bedeutungen fallen lassen, und da wir für das oben gekennzeichnete Gebiet der nichtgrauen Farben einen Namen unbedingt brauchen, so können wir nach dem Vorgange des ausgezeichneten Farbenforschers E. H e r i n g die angegebene Festlegung des Wortes b u n t vornehmen.

Viertes Kapitel

Die Ordnung der Farben

Die Farbenlehre als Wissenschaft. Versuchen wir uns Rechenschaft zu geben, welcher Klasse von allgemeinsten Begriffen wir die Farben einordnen können, um sie wissenschaftlich zu erfassen, so werden wir zunächst versucht sein, sie irgendwie als Größen anzusehen. Denn da nach Kants nie beanstandeter Behauptung in jeder Disziplin nur so viel wahre Wissenschaft vorhanden sein soll, als sich Mathematik in ihr findet, diese es aber nur mit Größen zu tun hat, so erscheint der Nachweis der Größeneigenschaft wie eine unbedingt erforderliche Eintrittskarte zum abgegrenzten Garten der Wissenschaft.

Die Farbenlehre ist ein gutes Beispiel, an welchem man das Falsche und das Richtige in jener allgemein anerkannten Ansicht erkennen kann. Bis jetzt ist der Anteil der Mathematik an der Farbenlehre verschwindend klein gewesen. Denn die Mathematik hat es eben mit Größen zu tun, und eine Anwendung des Größenbegriffs auf die Farbenlehre ist bisher nur in sehr beschränktem Umfange möglich gewesen. Trotzdem wird man nicht behaupten wollen, daß die Farbenlehre bisher keine Wissenschaft (oder nur in jenen ganz beschränkten Gebieten eine Wissenschaft) gewesen sei, und daß sie erst in unseren Tagen zu einer solchen geworden sei, nachdem man jede Farbe als eine Summe von drei meßbaren Größen auffassen und behandeln gelernt hat.

Vielmehr hat die Farbenlehre einen bedeutsamen wissenschaftlichen Bestand schon vorher besessen. Dieser beruhte aber nicht auf dem Anteil Mathematik, der sich in ihr vorfand, wohl aber auf dem Anteil Ordnungswissenschaft, der dort zur Geltung gekommen war. Die Ordnungswissenschaft ist allgemeiner, als die Größenlehre oder Mathematik, weil ihre maßgebenden Begriffe umfassender sind, als der Größenbegriff. Deshalb muß eine jede Wissen-

schaft zuerst einen gewissen, ziemlich reichlichen Bestand an ordnungswissenschaftlichen Gesetzen erwerben, bevor die Mathematik überhaupt Gelegenheit zur Anwendung findet; sie muß also in jenem Sinne bereits eine einigermaßen entwickelte Wissenschaft sein, damit die Mathematik zu ihrer weiteren Entwicklung mit Erfolg herangezogen werden kann.

K a n t hätte also Recht gehabt, wenn er die Zuerkennung des Ranges einer Wissenschaft von dem Anteil an M a t h e t i k statt Mathematik abhängig gemacht hätte, der in dem Wissensgebiet vorhanden ist. Sein Irrtum ist aber entschuldbar, da zu seiner Zeit der Begriff der Mathetik noch nicht erfaßt und ausgesprochen war. Unentschuldbar würde nur in Zukunft sein, jenes falsche Kriterium aufrecht zu erhalten, nachdem das richtige aufgestellt worden ist.

Es kann noch gefragt werden, ob nicht in Zukunft eine ähnliche weitere Verbesserung der jetzt gefundenen Definition zu erwarten ist. Die Antwort muß verneinend lauten. Denn die Mathetik ist nach ihrer Begriffsbestimmung die a l l g e m e i n s t e aller Wissenschaften. Wenn also künftig Begriffe von größerer Allgemeinheit aufgestellt und auf die Farbenlehre angewendet werden sollten, als die bisherigen, so würden sie doch ebenso wie diese der Mathetik angehören und daher eine grundsätzliche Verschiebung des Satzes nicht bewirken.

Die Gruppe. Man würde heute noch in Verlegenheit geraten, wenn man zum Zwecke der Darlegung des ordnungswissenschaftlichen Anteils der Farbenlehre auf einen gewissen Bestand allgemein bekannter und anerkannter, in Lehrbüchern zusammengefaßter Gesetze der Ordnungswissenschaft hinweisen wollte, wie das bezüglich der Mathematik, der Physik usw. überall möglich ist. Nicht daß diese Gesetze unbekannt wären. Sie sind im Gegenteil so bekannt, daß sie als „selbstverständlich" bei jeder wissenschaftlichen Arbeit vorausgesetzt werden. Aber diese Selbstverständlichkeit hat es mit sich gebracht, daß man sich bis auf die jüngste Zeit nie die Mühe genommen hat, sie auszusprechen und methodisch zu verknüpfen. Die Folge davon war, daß ihre Anwendungen unzulänglich blieben, sowohl dem Inhalt wie dem Umfang nach. Es ist daher notwendig, kurz diejenigen mathetischen Begriffe und Gesetze zu kennzeichnen, welche für die Farbenlehre in Betracht kommen.

Der erste Schritt, der getan werden muß, um in das Chaos unserer unmittelbaren Erlebnisse Ordnung zu bringen, besteht darin, daß man gewisse aus ihnen heraushebt und zusammenfaßt. Hierdurch entsteht der allgemeinste Begriff der Ordnungslehre, die G r u p p e.

Die Dinge, welche zu einer Gruppe gehören, haben einerseits etwas Gemeinsames, an jedem Gleiches, was sie zu Gliedern eben dieser Gruppe macht, andererseits ein Verschiedenes, wodurch sie als einzelne Glieder der Gruppe unterscheidbar nebeneinander bestehen. Achtet man nur auf das Gemeinsame, die Gruppeneigenschaft, so bilden die Glieder eine u n g e o r d n e t e Gruppe, deren wesentlichstes Kennzeichen die A n z a h l ihrer Glieder ist. Außer der Gruppeneigenschaft, durch welche die Zusammenfassung erfolgt, wird keine andere Eigenschaft berücksichtigt. Auch wirkt die Gruppeneigenschaft nur durch ihr Dasein, nicht aber bezüglich etwaiger Abstufungen.

So bilden beispielsweise die Farben insgesamt zunächst eine ungeordnete Gruppe, die nur durch den Begriff Farbe als einer elementaren Empfindung des Sehorgans zusammengehalten wird. Soll die Gruppe geordnet werden, was ganz allgemein die Aufgabe der Wissenschaft ist, so müssen weitere Eigenschaften in Betracht gezogen werden.

Ordnungsmittel. Um eine Gruppe ordnen zu können, muß man zwischen ihren Gliedern außer der gemeinsamen Gruppeneigenschaft noch eine B e z i e h u n g ausfindig machen, durch welche (im einfachsten Falle), wenn ein Glied a betrachtet wird, ein einziges und kein anderes Glied b zu a gesellt wird. Die gleiche Beziehung gesellt zu b ein einziges Glied c, und so fort, bis alle Glieder ihren Ort gefunden haben.

Besteht z. B. die Gruppe aus einer Anzahl grauer Farben, so haben diese neben ihrer gemeinsamen Eigenschaft „graue Farbe" noch eine andere, welche man ihre H e l l i g k e i t nennt. Man kann immer ein Glied a finden, welches heller ist als alle anderen. Dann gibt es ein Glied b, dessen Helligkeit der von a näher kommt, als die aller anderen Glieder, und ein Glied c mit einer Helligkeit zunächst b. So kann man fortfahren bis zum letzten Gliede. Man sagt dann, die Gruppe der grauen Farbe sei nach ihrer Helligkeit geordnet.

Diese Art der Ordnung, durch welche immer nur e i n Glied zu einem anderen gesellt wird, nennt man eine l i n e a r e, e i n f a l t i g e

oder eindimensionale Ordnung. Der erste Name rührt daher, daß die Punkte einer jeden Linie derart geordnet sind, denn in einer Linie folgt auf jeden Punkt einer und nur einer. Wir werden den zweiten Namen benutzen, da er ähnliche Bezeichnungen für die verwickelteren Ordnungen ermöglicht, was bei dem ersten nicht der Fall ist. Wir werden auch das Wort Reihe für eine einfaltig geordnete Gruppe anwenden.

Ein anderes Beispiel einer einfaltig geordneten Gruppe oder Reihe ist die der Farbtöne. Unter Farbton versteht man jene Eigenschaft der Farbe, welche durch die Farbennamen gelb, rot, blau, grün usw. bezeichnet wird. Ist eine zunächst ungeordnete Gruppe verschiedener Farben gegeben, so kann man sie nach der Ähnlichkeit ihrer Farbtöne ordnen. Fängt man z. B. mit Gelb an, so sind die rotgelben und gelbroten oder golden[1]) Farbtöne die ähnlichsten. Diesen sind die roten und purpurnen Farbtöne am ähnlichsten, und so schließen sich Veil[2]), Blau, Blaugrün und Gelbgrün an. Zuletzt hat man alle Farbtöne so untergebracht, daß überall die ähnlichsten nebeneinander stehen, ebenso wie das in der Graureihe der Fall ist. Also auch die Farbtöne bilden eine Reihe oder einfaltige Gruppe.

Eigenschaften der Reihen. Die Beziehung, durch welche die Glieder einer Gruppe sich zu einer Reihe ordnen lassen, bedingt, daß im allgemeinsten jedes Glied nicht nur zu dem folgenden, sondern auch zu dem vorangegangenen geordnet ist, daß es mit anderen Worten zwei Nachbarn hat. Diese sind aber voneinander verschieden und können nicht vertauscht werden, ohne die Ordnung zu stören. Ebensowenig können irgend zwei andere Glieder vertauscht werden. Dadurch also, daß zunächst jedes Glied nur in bezug auf das eine vorangegangene geordnet wurde, erweist es sich in bezug auf alle Glieder geordnet.

Bezeichnen wir diese Beziehung durch das Symbol $>$ (das keineswegs nur die Beziehung größer : kleiner, wie in der Mathematik ausdrücken soll, sondern alle denkbaren reihebildenden Beziehungen), so können wir jede Reihe durch die Form $a > b > c > d > e >$ usw. darstellen. Ordnen wir die übrigen Glieder, nachdem irgend eines z. B. d) entfernt wurde, nach der gleichen Beziehung, so erhalten wir die

[1]) Gold für Orange. [2]) Veil für Violett.

Reihe a> b> c> e>. Daraus geht hervor, daß jedes Glied in der Reihe seinen Ort unabhängig von der Anwesenheit anderer Glieder einnimmt. Aus a> b> c> folgt insbesondere a> c.

Auf die Helligkeitsreihe der grauen Farben angewendet heißt der Satz: ist eine Farbe a heller als b, und b heller als c, so ist auch a heller als c. Alle grauen Farben bilden im geordneten Zustande eine eindeutige Reihe, in der jede Farbe ihren Platz und keinen anderen einnimmt. Ebenso alle bunten.

Endliche und unendliche Reihen. Eine Gruppe kann entweder eine bestimmte oder eine unbestimmte Anzahl von Gliedern enthalten. So ist z. B. die Gruppe der einstelligen ganzen Zahlen bestimmt, die der ganzen Zahlen überhaupt aber unbestimmt, da man über jede gegebene Zahl hinaus eine neue, folgende angeben kann. Die bei der Ordnung solcher Gruppen entstehenden Reihen nennt man e n d l i c h bzw. u n e n d l i c h.

Von dieser in dem Begriff selbst liegenden Unbestimmtheit ist die andere zu unterscheiden, welche in unserer Unkenntnis liegt. So wird z. B. die Gruppe der Menschen namens Meyer meist als unbestimmt bezeichnet werden. Es kann aber niemand daran zweifeln, daß diese Gruppe in jedem Augenblicke ganz bestimmt ist, indem eine genau begrenzte Anzahl Menschen und keiner mehr oder weniger ihr angehört; nur ist die Frage nach der Anzahl der Glieder dieser Gruppe nicht wichtig genug, um Arbeit an ihre Beantwortung zu wenden. Von solcher Unbestimmtheit wird in diesem Werke nicht die Rede sein.

Geschlossene und ungeschlossene endliche Reihen. Es gibt endliche Reihen, deren Glieder sämtlich und ohne Ausnahme zwei Nachbarn mit der Beziehung >a> haben, und andere, in denen zwei Glieder vorkommen, welche nur einen Nachbar besitzen, entsprechend den Beziehungen a> und >z. Diese Reihen haben m. a. W. ein erstes und ein letztes Glied, während solche bei den Reihen erster Art nicht vorhanden sind.

Die Reihe der grauen Farben hat ein erstes (hellstes) Glied, nämlich das reine Weiß, und ein letztes, das reine Schwarz. Während zu jedem Grau zwei Nachbarn, ein helleres und ein dunkleres Grau gehören, haben die Endglieder nur je einen Nachbar. Das reine Weiß hat nur ein hellstes Grau, das reine Schwarz ein dunkelstes Grau zum

Nachbar; die andere Seite ist frei. Die Graureihe ist also eine ungeschlossene Reihe mit einem Anfangs- und einem Endgliede.

Die gleiche Eigenschaft haben einige andere Reihen, die wir bei den Farben antreffen. So kennt jeder Maler die Reihen, welche aus einer bestimmten Farbe mit zunehmenden Mengen Weiß entstehen; wir wollen sie die hellklaren Farben nennen. In der Ölmalerei stellt man sie durch Zumischen von Deckweiß her; in der Wassermalerei durch immer dünneres Auftragen und entsprechend stärkere Mitwirkung der weißen Farbe des Papiers. Diese hellklaren Reihen haben gleichfalls einen Anfang (reine Farbe) und ein Ende (reines Weiß) und verlaufen dazwischen einfaltig. Denn jede Zwischenfarbe hat in der ganzen Reihe einen bestimmten Ort, so daß alle vorangehenden Farben reiner, alle folgenden weißer sind.

Statt durch Zumischung von Weiß kann man durch stufenweisen Zusatz von Schwarz ähnliche einfaltige Reihen herstellen, die von dem reinen Farbton zum reinen Schwarz führen, also gleichfalls einen bestimmten Anfangs- und Endpunkt haben und dazwischen einfaltig verlaufen. Sie sind also gleichfalls ungeschlossen. Man nennt sie die dunkelklaren Reihen.

Die Reihe der Farbtöne (S. 22) zeigt dagegen andere Eigenschaften. Sie hat kein Anfangs- und Endglied, sondern jedes ihrer Glieder hat zwei Nachbarn. Dies entsteht daraus, daß die Reihe in sich selbst zurückläuft. Sie kann deshalb nicht, wie die oben beschriebenen Reihen durch eine Gerade mit bestimmtem Anfangs- und Endpunkt dargestellt werden, sondern nur durch eine geschlossene Linie ohne Anfang und Ende, am einfachsten also durch einen Kreis.

Diese Beschaffenheit bringt einige andere Notwendigkeiten oder Gesetze mit sich. Während beim Fortschreiten in der ungeschlossenen Reihe sich die Glieder immer weiter vom Anfangspunkt entfernen, bis im Endgliede das fernste oder unähnlichste erreicht wird, ist es bei der geschlossenen Reihe anders. Zwar werden zunächst die Glieder beim Fortschreiten von irgendeinem Gliede ab zunächst diesem immer unähnlicher. Dies kann aber nur bis zu einem gewissen Maße geschehen. Denn da man beim weiteren Fortschreiten zuletzt wieder auf das Ausgangsglied zurückgelangt, müssen auch die letzten Glieder dem Anfangsgliede wieder zunehmend ähnlicher werden. Es gibt also zu jedem Gliede irgendwo in der Reihe ein unähnlichstes Glied, über welches hinaus die Glieder jenem wieder ähnlicher werden.

Diese Betrachtung gilt für jede beliebige Farbe, denn da es kein natürliches Anfangsglied gibt, kann die Vergleichung von jedem Glied aus begonnen werden. Nennen wir das unähnlichste Glied die Gegenfarbe, so folgt, daß es in einer geschlossenen Reihe zu jedem Glied ein Gegenglied, also auch zu jedem Farbton einen Gegenfarbton gibt. Solche Paare stehen sich gegenüber wie Nord- und Südpol; daher nennt man die Beziehung auch eine polare. Die Glieder geschlossener Reihen sind also immer paarweise durch eine polare Beziehung verbunden; so auch die Farbtöne. Die Tatsache, daß die Farbtonreihe kein natürliches Anfangs- und Endglied hat, ist bereits ein zureichender Grund für das Bestehen der Gegenfarbenpaare.

Die zwei Entfernungen. Eine Besonderheit der geschlossenen Reihen ist, daß zwischen je zwei Punkten nicht wie in der ungeschlossenen Reihe nur eine Entfernung (gemessen durch die Anzahl der Zwischenglieder) besteht, sondern deren zwei. In der ungeschlossenen Reihe kann man von einem Punkte zu einem anderen nur auf einem Wege gelangen, innerhalb der geschlossenen aber auf zweien, von denen der eine kürzer, der andere länger ist. Nur zu einem Gliede sind beide Wege gleichlang, nämlich zum polaren Gegenglied. Die Betrachtung eines Kreises veranschaulicht diese Verhältnisse durch ein Beispiel.

Um nicht jedesmal diese Verhältnisse von neuem erörtern zu müssen, sei ein für allemal festgestellt, daß unter Entfernung kurzweg bei geschlossenen Reihen künftig stets die kürzere verstanden werden wird. Demgemäß werden zwischenliegend nur jene Glieder genannt, welche innerhalb der kürzeren Entfernung liegen.

Stetigkeit. Nimmt man zur Herstellung einer Reihe, z. B. der Graureihe, irgendeine begrenzte Anzahl vorhandener Farben, so gelangt man zu einer unstetigen Reihe, die aus einer endlichen Anzahl von Gliedern besteht. Zwischen den aufeinanderfolgenden Farben dieser Reihe ist jedesmal ein Sprung vorhanden, d. h. man kann jedesmal ein Grau herstellen (oder sich vorstellen), welches heller ist, als das eine Glied und dunkler als das andere, und somit seinen Ort zwischen beiden hat.

Denkt man sich aber alle überhaupt möglichen grauen Farben zur Herstellung einer vollständigen Graureihe angewendet so kann diese Reihe nirgend einen Sprung aufweisen. Denn wenn einer vorhanden wäre, so gäbe es ja ein Grau, das dazwischen paßt und daher in der Reihe noch nicht vorhanden war; das ist aber durch die Voraussetzung ausgeschlossen. Die vollständige Graureihe ist also stetig, während die zuerst beschriebene aus einer endlichen Anzahl von Gliedern unstetig ist.

Gewöhnlich denkt man sich, daß die Anzahl der Glieder jeder stetigen Reihe unendlich groß ist. Denn argumentiert man, um z. B. irgendeine endliche Linie mit Punkten so zu besetzen, daß zwischen je zweien keiner mehr Platz hat, gehören unendlich viel Punkte, da nach der Definition ein Punkt die Länge Null hat. Die Erfahrung lehrt aber, daß es möglich ist, solche Reihen durch eine endliche Anzahl Glieder derart auszufüllen, daß nirgendwo ein Sprung beobachtet werden kann. Dieser scheinbare Widerspruch löst sich durch die Tatsache der Schwelle.

Die Schwelle. Der Gegensatz der unstetigen und stetigen Reihen hat zu vielerlei Erörterungen geführt, da zwischen den vorausgesetzten unendlich vielen Gliedern der letzteren und ihrer Endlichkeit als Gesamtheit scheinbar unlösliche Widersprüche bestehen. Ein Ausdruck dieser Denkschwierigkeiten sind die berühmten Probleme der griechischen Philosophen über die Unfähigkeit des schnellfüßigen Achill, die langsame Schildkröte einzuholen, wenn sie einmal einen Vorsprung hat, oder die Unmöglichkeit einer Bewegung überhaupt. Es ist hier nicht der Ort, diese Fragen im einzelnen zu untersuchen. Sie bringen sämtlich jenen Gegensatz zwischen endlicher Größe und unendlicher Teilbarkeit stetiger Reihen zum Ausdruck und würden somit sich auch in der Farbenlehre geltend machen, da die Farben sicherlich stetige Reihen von beliebiger Teilbarkeit bilden. Somit ist es notwendig, auf die grundsätzliche Beseitigung dieser Schwierigkeiten hinzuweisen. Sie liegt in dem Begriff der Schwelle.

Haben wir eine stetige Reihe, z. B. die der grauen Farben von Schwarz zu Weiß, so können wir diese keineswegs, wie stillschweigend vorausgesetzt wurde, in unendlich viele Glieder teilen, von denen jedes folgende etwas heller ist, als das vorangehende. Vielmehr muß man in

einer solchen Reihe stets um ein endliches Stück vorschreiten, bis man eine Stelle trifft, die man von der vorangehenden wirklich unterscheiden kann. Diesen endlichen Betrag, der erst eine Verschiedenheit erkennen läßt, nennt man die Unterschiedsschwelle für die fragliche Reihe. Daraus ergibt sich, daß jede stetige Reihe nicht in unendlich viele, sondern nur in eine endliche Zahl unterscheidbarer Glieder geteilt werden kann. Das gilt z. B. auch für die Punkte einer Linie, deren Unterscheidbarkeit durchaus an endliche Grenzen gebunden ist. So kann man mit bloßem Auge etwa 10 Punkte auf einer Linie von 1 mm Länge unterscheiden, mit der Lupe vielleicht 100 und mit dem besten Mikroskop nicht mehr als 10 000. Denken kann man sich natürlich rein formal oder in Worten eine beliebig weitergehende Teilung. Durch die Erfahrung lassen sich aber solche Gedanken nicht prüfen; sie stellen also ein willkürliches Spiel der Phantasie dar. An der Grenze aber zwischen Wirklichkeit und Phantasie steht die Unterschiedsschwelle, die sich durch den Fortschritt der Meßkunst verkleinern, nie aber zum Verschwinden bringen läßt.

Daraus ergibt sich, daß wir bei der Untersuchung wirklicher stetiger Reihen durch jene theoretischen Widersprüche nie gestört werden. Denn die ganz allgemeine Tatsache der Schwelle bewirkt, daß die Anzahl ihrer Glieder immer endlich ist. So überbrückt der Begriff der Schwelle den Abgrund zwischen Stetigkeit und Endlichkeit, den eine unvollständige, nämlich die Schwelle nicht berücksichtigende Wissenschaft so lange vergeblich zu überfliegen versucht hat.

Dagegen erweisen sich Untersuchungen über den Betrag der Schwelle bei einer vorgelegten Gruppe als grundlegend wichtig. Es ist schon angedeutet worden, daß man es hier mit einer veränderlichen Größe zu tun hat, auf deren Betrag subjektive, wie objektive Umstände Einfluß haben. In verschiedenen Kapiteln der speziellen Farbenlehre wird sich Anlaß zu entsprechenden Untersuchungen finden.

Teilung. Die Veränderlichkeit der Schwelle bewirkt auch eine Veränderlichkeit in der Größe der unterscheidbaren Glieder stetiger Reihen. Dies ist ihre wesentliche Verschiedenheit von den unstetigen, welche unveränderliche Glieder haben.

Ein anderer Ausdruck für diese Verschiedenheit ist, daß man eine unstetige Reihe nur an bestimmten Stellen, deren Zahl endlich ist, teilen kann, nämlich nur zwischen zwei Gliedern. Eine stetige Reihe kann man dagegen an jedem beliebigen Punkte teilen. Insofern ist die Zahl der möglichen Teilstellen unbegrenzt oder unendlich. Dagegen ist die Zahl der unterscheidbaren Teilstellen endlich und gleich der Länge der ganzen Reihe, geteilt durch die Länge der Unterschiedsschwelle. Da dieser Wert veränderlich ist, so ist es auch die Zahl der unterscheidbaren Teilstellen.

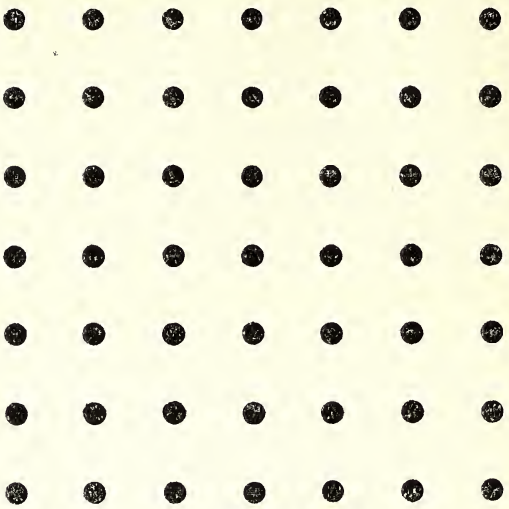

Fig. 1.

Diese Unbestimmtheit oder Freiheit der Teilstellen bewirkt, daß man jede beliebige Teilungsweise auf sie anwenden kann. Von dieser Eigenschaft macht man bei allen Messungen an stetigen Reihen Gebrauch.

Mehrfaltige Gruppen. Wir wenden uns zu solchen Gruppen, bei denen mehr als eine Ordnungsregel besteht, und zwar zunächst zu denen mit zweien.

Das Vorhandensein zweier Regeln bewirkt, daß man von jedem Glied nicht nur in einer Richtung vorschreiten kann, sondern in zweierlei Richtung. Demgemäß hat jedes Glied nicht nur einen Nachbar im Sinne des Fortschrittes, sondern zwei, und mit Einrechnung der unmittelbar vorangegangenen Glieder deren vier, wie bei Betrachtung der vorstehenden Punktengruppe (Fig. 1) anschaulich wird.

Um das Vorhandensein und die Notwendigkeit zweier unabhängiger Ordnungsgesetze zur Anschauung zu bringen, dient die nebenstehend mitgeteilte Gruppe aus Buchstaben und Zahlen (Fig. 2). Die bloße Wiederholung der wagerechten Buchstabenreihe a b c d e würde keine zweifaltige Gruppe ergeben, sondern nur eine mehrfache Setzung der einfaltigen. Erst die Zufügung der Ziffern nach einem unabhängigen Gesetz (von oben nach unten vorschreitend) bewirkt die Kennzeichnung jedes Gliedes als verschieden von allen anderen und damit die Bildung einer geordneten Gruppe.

Die Zweifaltigkeit bewirkt, daß man nicht mehr wie bei der einfaltigen Gruppe auf einen einzigen Weg beschränkt ist, wenn man von einem Gliede zu einem anderen gelangen will. Sondern es sind stets viele Wege vorhanden, sogar zu den unmittelbaren Nachbarn, da man z. B. von c 3 zu d 3 den Weg c 3 c 4 d 4 d 3 gehen kann. Trotzdem läßt sich der Abstand zweier Glieder eindeutig definieren, wenn man Vor- und Rückschritte als sich gegenseitig aufhebend betrachtet. Dann ist z. B. der Abstand von c 4 nach d 1 immer gleich einem wagerechten Schritt plus drei senkrechten. Man überzeugt sich gleichzeitig, daß es auf die Reihenfolge nicht ankommt, in welcher man diese Schritte ausführt. Der Begriff der Entfernung hat demgemäß hier eindeutige Beschaffenheit.

a 0	b 0	c 0	d 0	e 0
a 1	b 1	c 1	d 1	e 1
a 2	b 2	c 2	d 2	e 2
a 3	b 3	c 3	d 3	e 3
a 4	b 4	c 4	d 4	e 4
a 5	b 5	c 5	d 5	e 5

Fig. 2.

Beziehung zu den einfaltigen Gruppen. Die Betrachtung von Fig. 2 führt weiterhin zu dem Schlusse, daß zwischen zweifaltigen und einfaltigen Gruppen folgende einfache Beziehung besteht. Faßt man je eine einfaltige Gruppe als ein Glied einer neuen Gruppe auf und verwendet es zur Herstellung einer Gruppe aus Gruppen, so entsteht eine zweifaltige Gruppe.

In Fig. 2 liegen zunächst die wagerechten Reihen a 0 bis e 0, a 1 bis e 1, a 2 bis e 2 usw. vor. Man betrachtet jede dieser Reihen als ein Glied einer neuen Reihe, die senkrecht geordnet ist und nicht

wie jene Reihen nach Buchstaben, sondern nach Zahlen vorschreitet. Das Ergebnis ist die zweifaltige Gruppe a 1 bis e 5.

Sehr wichtig ist, daß man zu dem gleichen Ergebnis kommt, wenn man zuerst einfaltige Gruppen nach dem zweiten (Ziffern-) Gesetz bildet und diese nach dem ersten (Buchstaben-) Gesetz ordnet. Es kommt also auf die Reihenfolge nicht an, nach welcher man beide Ordnungsgesetze betätigt.[1])

Beispiel aus der Farbenlehre. Eine zweifaltige Gruppe bilden die „gebrochenen" Farben, welche sich von jedem gegebenen Farbton dadurch ableiten, daß zu der reinen Farbe wechselnde Mengen Weiß und Schwarz gemischt werden. Während die Reihen, die von der reinen Farbe zum Weiß allein oder zum Schwarz allein führen, beide einfaltig sind (S. 24), läßt sich die Gesamtheit aller Abkömmlinge, welche nicht nur Weiß o d e r Schwarz, sondern Weiß u n d Schwarz enthalten, nur als zweifaltige Gruppe ordnen.

Man übersieht die Verhältnisse mit Hilfe von Fig. 2, wenn man den zunehmenden Weißgehalt entsprechend der Buchstabenreihe, und den zunehmenden Schwarzgehalt entsprechend der Zahlenreihe geordnet denkt. Dann wird man alle Glieder der Gruppe zunächst auf folgende Weise erfassen können.

Man stellt zuerst alle Abstufungen der reinen Farbe mit Weiß allein, entsprechend der Reihe a 0 bis e 0 her. Dann nimmt man zunächst a 0 (die reine Farbe) vor und stellt durch stufenweisen Zusatz von Schwarz die Reihe a 1, a 2, ... a 5 her. Weiter wird die gleiche Stufenreihe mit Schwarz von der ersten Weißmischung b 0 aus gebildet, was die Reihe b 0 bis b 5 ergibt. Dasselbe wird mit den anderen Weißmischungen c 0, d 0, e 0 ausgeführt. Die Gesamtheit aller Mischungen deckt das ganze Gebiet, stellt also alle möglichen gebrochenen Abkömmlinge des gewählten Farbtons dar.

Zu dem gleichen Ergebnis gelangt man, wenn man mit den Stufen aus reiner Farbe und Schwarz allein, a 0 bis a 5 beginnt und dann von jedem dieser Glieder die Weißreihen a 0 bis 3 0, bis e 1, usw. ableitet.

---

[1]) Methodisch muß man diese Unabhängigkeit von der Reihenfolge als ein besonderes „Postulat" behandeln, das nicht von vornherein notwendig ist. Wir werden es aber hier nie mit Gruppen zu tun haben, bei denen das Postulat nicht erfüllt ist.

Arten der zweifaltigen Gruppen. Da die zweifaltigen Gruppen sich als Verbindungen zweier einfaltiger darstellen lassen, so findet man alle möglichen Klassen zweifaltiger Gruppen, indem man die Klassen der einfaltigen erschöpfend paarweise kombiniert.

Nun hatten wir bei diesen zwei Fälle, die geschlossenen und die ungeschlossenen Reihen. Bezeichnen wir sie mit g und u, so finden wir folgende Paare, die wir als Klassen zweifaltiger Gruppen ansprechen können:

gg, gu, ug, uu.

Die Frage, ob tatsächlich gu und ug zwei verschiedene Klassen sind, wird durch den oben gefundenen Satz verneinend beantwortet, daß es bei der Zusammensetzung einfaltiger Gruppen zu zweifaltigen auf die Reihenfolge nicht ankommt.

Demgemäß gibt es nur drei Arten zweifaltiger Gruppen: doppelt geschlossene, geschlossen-ungeschlossene und doppelt ungeschlossene.

Am bekanntesten sind uns die doppelt ungeschlossenen Gruppen uu. Die als Beispiele oben (S. 29) betrachteten gehören zu dieser Klasse. Insbesondere sind die Gruppen der gebrochenen Abkömmlinge eines Farbtons doppelt ungeschlossene Gruppen.

Ein Beispiel für die doppelt geschlossenen Gruppen sind die Orte auf einer Kugel. Der Fall hat eine große praktische Bedeutung, da die Punkte der Erdoberfläche eine solche zweifaltige Gruppe darstellen. Bekanntlich sind zur Kennzeichnung eines geographischen Ortes z w e i Angaben erforderlich: die geographische Länge und Breite. Beide zeigen die allgemeine Eigenschaft der geschlossenen Gruppen, daß sie keinen natürlichen (geometrischen) Anfangspunkt haben. Daher ist für beide eine willkürliche Festsetzung erforderlich. Längen rechnet man von Greenwich, Breiten vom Äquator, der durch die Drehung der Erde gekennzeichnet ist, die unmittelbar mit der Gestalt nichts zu tun hat.

Ein Beispiel für eine geschlossen-ungeschlossene Gruppe sind die Punkte einer Kreisfläche. Man besetzt sie, indem man zunächst längs eines Halbmessers eine ungeschlossene Punktenreihe herstellt und dann durch jeden dieser Punkte einen Kreis legt. Oder man verfährt umgekehrt, indem man zuerst den größten Kreis mit Punkten besetzt, was eine geschlossene Reihe ergibt, und dann von jedem dieser Punkte aus die ungeschlossene Reihe längs eines Halbmessers herstellt.

In der Farbenlehre gibt es auch für diesen Fall ein Beispiel: es ist das Gebiet der unbezogenen Farben. Diese erweisen sich als Abkömmlinge aller reinen Farben, die durch Zumischung von Weiß entstehen können, mit anderen Worten, die Gesamtheit aller hellklaren Farben. Es ist gezeigt worden, daß die hellklaren Abkömmlinge eines Farbtons eine ungeschlossene Reihe bilden, während die Farbtöne ihrerseits sich als eine geschlossene Reihe darstellen. Die nach beiden Veränderlichen gebildete Gruppe der hellklaren Abkömmlinge aller Farbtöne bildet daher eine geschlossen-ungeschlossene zweifaltige Gruppe.

Ebenso erweist sich als eine zweifaltige Gruppe der gleichen Klasse die Gesamtheit aller dunkelklaren Farben. Da sie aber nicht wie jene Gruppe selbständig hervortritt, haftet ihr ein geringeres Interesse an.

Für die Klasse gg ist in der Farbenlehre kein Beispiel vorhanden, weil es in ihr außer der Farbtonreihe keine anderen geschlossenen Reihen gibt, die mit jener zusammen derartige Gruppen bilden könnten.

Dreifaltige Gruppen. Nach den gleichen Grundsätzen, wie sie für die zweifaltigen Gruppen dienten, kann man die dreifaltigen aus drei einfaltigen aufgebaut denken. Ob man zwei von diesen sich verbunden vorstellt und demgemäß auch einen Aufbau aus einer zweifaltigen und einer einfaltigen vorsieht, hat auf die Systematik keinen Einfluß. Auf jede Weise erhält man folgende vier Klassen:

ggg, ggu, guu, uuu.

Anschauliche Beispiele dieser Klassen sind:

Klasse uuu: die Punkte in einem Parallelpipedon,
Klasse guu: die Punkte in einem Zylinder,
Klasse ggu: die Punkte in einer Kugel.

Für die Klasse ggg gibt es kein geometrisches Beispiel.

In der Farbenlehre erweist sich die Mannigfaltigkeit aller Farben überhaupt als eine dreifaltige Gruppe der Klasse guu. Dies ergibt sich aus der Tatsache, daß sämtliche Farben, die sich von einem Farbton ableiten lassen, eine zweifaltige Gruppe von der Klasse uu ergeben. Da sämtliche Farbtöne ihrerseits eine einfaltige Gruppe oder Reihe der Klasse g darstellen, so bilden sämtliche Abkömmlinge sämtlicher Farbtöne, d. h. sämtliche überhaupt existierende Farben eine dreifaltige Gruppe der Klasse guu.

PROPERTY OF
TECHNICOLOR
LIBRARY.

Fünftes Kapitel

Der Farbenkörper

Zuordnung. Bisher wurden die verschiedenartigen Gruppen für sich betrachtet. Ein Zusammenhang zwischen mehreren Gruppen entsteht durch das Verfahren der Zuordnung.

Unter Zuordnung verstehen wir die Feststellung einer solchen Beziehung zwischen den Gliedern zweier Gruppen, daß alle Veränderungen der Ordnung, welche mit den einen vorgenommen werden, auch bei den anderen stattfinden sollen. Es ist eine grundlegende Eigenschaft der Gruppen, daß eine Zuordnung im allgemeinen möglich ist.

Im einzelnen erfolgt Zuordnung am vollkommensten bei Gruppen derselben Klasse, nämlich den einfaltigen der Klassen u und g, den zweifaltigen der Klassen uu, ug und gg, den dreifaltigen der Klassen uuu, uug, ugg, ggg usf. Doch ist es auch möglich, Gruppen verschiedener Klassen einander zuzuordnen; nur entsteht dann die Schwierigkeit, daß man den Gliedern der niedrigeren Gruppen künstlich jene Gruppeneigenschaften zuschreiben muß, deren Abwesenheit ihre Einreihung in die verwickelteren Klassen verhindert. Diese allgemeine Bemerkung wird in der Folge durch anschauliche Beispiele fruchtbar gemacht werden.

Zählen und messen. Als allgemeinstes Material für die Zuordnung zu anderen Gruppen dient die unstetige ungeschlossene Gruppe der ganzen Zahlen. Man nennt ihre Zuordnung zu anderen unstetigen Gruppen zählen und zu stetigen messen. Da man die Zahlenreihe beliebig verlängern kann, gewährt sie die Möglichkeit, jeder vorgelegten Gruppe, sei sie stetig oder unstetig, Zahlen zuzuordnen, bis jedes Glied eine zugeordnete Zahl hat. Durch das dekadische Ziffernsystem haben wir ein Mittel, auch sehr große Zahlen einfach

und kurz auszudrücken, und uns jederzeit leicht über Umfang und Vollständigkeit der zugeordneten Zahlen und damit mittelbar der Gruppenglieder selbst zu unterrichten. Deshalb hat es ein großes wissenschaftliches wie technisches Interesse, die Eigenschaften dieser allgemein verwendbaren Gruppe der Zahlen genau kennen zu lernen. Hierzu dient eine besondere Wissenschaft, die Zahlenlehre oder Arithmetik, deren Grundlagen jedermann bereits in der Volksschule lernt.

Das Zehnersystem. An sich ist die Zahlenreihe nicht nur unbegrenzt lang, sondern auch in ihrem Verlauf so regelmäßig (nämlich immer um eine Einheit zunehmend), daß sie keinerlei natürlichen Rhythmus oder Einteilung aufweist. Um sie übersichtlich zu machen, hat sie deshalb mit einer künstlichen oder willkürlichen Einteilung versehen werden müssen. Nachdem (wie bei derartigen willkürlichen Festlegungen immer) zunächst an verschiedenen Orten und Zeiten verschiedene Ordnungen benutzt worden waren, hat sich schließlich die Zehnerordnung (vermutlich veranlaßt durch die zehn Finger) allgemein durchgesetzt, wenn auch noch überall Reste anderer Ordnungen namentlich der Zwölferordnung übrig geblieben sind.

Die wissenschaftliche Folgerichtigkeit verlangt, daß nachdem einmal die Zehnerordnung angenommen ist, sie auch streng und restlos durchgeführt wird. Da für die Farbenlehre die Zeit des Zählens und Messens eben jetzt erst anbricht, so ist es leicht, diese Forderung durchzuführen, da nicht erst alte Rückstände beseitigt werden müssen. In dem vorliegenden Werke ist dieses durchgehend und ohne jede Ausnahme geschehen.

Einfachste Zuordnungen. Die einfachsten Verhältnisse liegen bei einfaltigen ungeschlossenen Reihen vor. Zwei solche Reihen lassen sich Glied für Glied einander zuordnen, wobei zwei Möglichkeiten eintreten. Entweder werden die Glieder beider Reihen hierbei vollständig verbraucht, oder bei einer von ihnen bleiben Glieder übrig, nachdem die der anderen verbraucht sind. Im ersten Falle heißen die Reihen g l e i c h (an Zahl), im zweiten ungleich, und zwar die Reihe mit den überschüssigen Gliedern g r ö ß e r, die anderen kleiner.

Verfährt man so mit der vorgelegten Gruppe und der Zahlenreihe, so kann man diese nach erreichter Gleichheit abbrechen. Die letzte

so erhaltene Zahl nennt man die Anzahl der Gruppenglieder und das Verfahren heißt Zählen. Durch das Zählen bewältigt man die Größenverhältnisse der unstetigen Gruppen; die Bedeutung des Verfahrens ist so bekannt, daß sie nicht dargelegt zu werden braucht. Auch mehrfaltige Gruppen kann man zählen. Denn da man solche aus einfaltigen zusammensetzen kann, die zählbar sind, so sind es auch die mehrfaltigen Gruppen. Nur können die gleichen Zahlen verschiedenen Gliedern zugeordnet werden, je nach der Richtung, nach welcher man die mehrfaltige Gruppe in einfaltige zerlegt. Dies zeigt die Möglichkeit der Zuordnung von Gruppen, die verschiedenen Klassen angehören, aber auch eine gewisse Unzulänglichkeit dabei.

Ebenso entstehen Unzulänglichkeiten, wenn man ungeschlossene und geschlossene Gruppen sich zuordnet. Der bekannteste Fall ist die Bezifferung der Grade einer Kreisteilung. Hier muß zunächst der Anfangspunkt, dem die Zahl Null (nicht Eins!) zuzuordnen ist, willkürlich bestimmt werden. Außerdem bedarf auch der Sinn des Vorschreitens einer Bestimmung. Gewöhnlich geht man nach rechts, wenn der Anfangspunkt oben liegt, wie der Zeiger der Uhr. Der Widerspruch der beiden Gruppenklassen zeigt sich ferner darin, daß der Nullpunkt gleichzeitig die Zahl des letzten Gliedes (360 bei der Kreisteilung, die noch eine Rückständigkeit gegenüber der Forderung der Zehnerteilung ist) erhalten muß, also eine doppelte Bezifferung bekommt.

Alle diese Betrachtungen finden unmittelbare Anwendung auf die Bezifferung und Messung der Farben, wie das später gezeigt werden wird.

Stetige Reihen. Zwei stetige Reihen lassen sich immer vollständig zuordnen, so daß in solchem Sinne alle stetigen Reihen als einander gleich bezeichnet werden können: Um dies einzusehen betrachte man die beiden stetigen Punktreihen oder geraden Linien a b und a′ b′ (Fig. 3). Zieht man die Linien aa′ und bb′, bis sie sich in m schneiden, so wird durch jede dazwischen liegende Linie, z. B. mc ein Paar Punkte, hier c und c′ einander zugeordnet, so daß jedem Punkte der einen Linie ein Punkt der anderen entspricht.

In gleicher Weise kann man sich überzeugen, daß jeder stetigen Reihe jede unstetige Reihe zugeordnet werden kann. Hierbei trifft

aber die Zuordnung nur eine endliche Zahl von Punkten der stetigen Reihe, nämlich so viele, als die unstetige Reihe Glieder besitzt. (Fig. 4.)

Von der Form des Gesetzes, nach welchem die Zuordnung durchgeführt wird, hängt es ab, welche Punkte der stetigen Reihe von der Zuordnung erfaßt werden. So ergibt das in Fig. 4 befolgte Gesetz, wo die Zuordnung durch Strahlen erfolgt, die alle durch einen Punkt gehen, eine perspektivische Teilung der beiden Geraden. Läßt man aber die Strahlen, statt sie durch einen Punkt zu führen, etwa eine bestimmte Kurve berühren, so kommen ganz andere Beziehungen zustande, die von der Natur und Lage der Kurve abhängen.

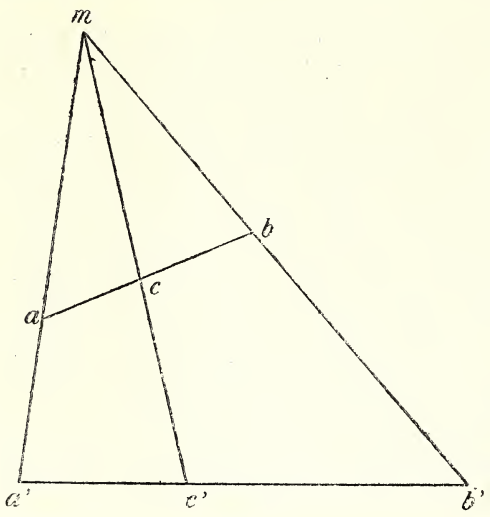

Fig. 3.

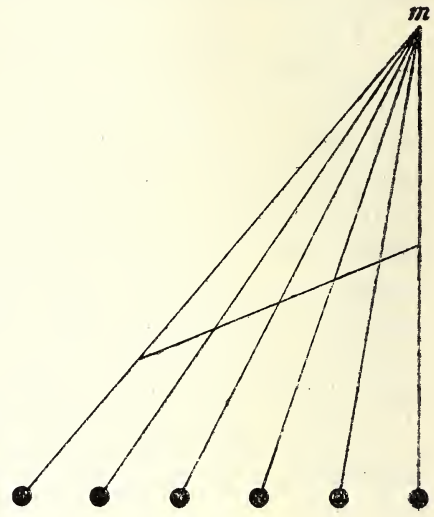

Fig. 4.

Wie aber auch das Gesetz von der Zuordnung beschaffen ist, im allgemeinen wird (seltene Sonderfälle ausgenommen) die Reihenfolge der aufeinander bezogenen Punkte beiderseits die gleiche sein. Wird also die unstetige Reihe der ganzen Zahlen einer stetigen Reihe zugeordnet, so gibt ihre Ordnung auch gleichzeitig die Ordnung der zugehörigen Punkte in der stetigen Reihe an. Alle Schlüsse und Anwendungen also, die nur diese Ordnung zur Voraussetzung haben, können mittels einer solchen „Bezifferung" der stetigen Reihe bewerkstelligt werden.

Diese wichtige Anwendung bleibt sogar erhalten, wenn die Zu-

ordnung überhaupt nicht nach einem bestimmten Gesetz, sondern nur unter Erhaltung der Reihenfolge ausgeführt wird. Um anschaulich zu machen, um was es sich handelt, sei an den bisherigen Zustand der Farbenlehre erinnert, in dem eine objektive Messung der maßgebenden Veränderlichen nicht möglich war. Trotzdem hat man seit anderthalb Jahrhunderten die Farben so zu ordnen vermocht, daß jeder Farbe, auch wenn sie unter den geordneten nicht vorhanden war, ein ganz bestimmter Ort im System zugeschrieben werden konnte. Dies beruht auf folgenden Tatsachen.

Wir betrachten der Einfachheit wegen die Reihe der Farbtöne oder den Farbenkreis. Es ist nicht schwer, eine bestimmte Anzahl, z. B. 25, Farbtöne so herzustellen, daß sie nach der unmittelbaren Schätzung ungefähr gleichviel voneinander abstehen und somit etwa gleichabständig über den ganzen Farbenkreis verteilt sind. Hat man die Wahl getroffen nnd jede Farbe mit einer Zahl von 0 bis 24 versehen (Nr. 25 fällt auf Nr. 0), so hat man damit ein Mittel gewonnen, alle vorhandenen Farbtöne zu kennzeichnen. Denn wird einer vorgelegt, so findet man ihn entweder unter den vorhandenen, oder er liegt zwischen zweien. Hierbei kann man noch ganz wohl entscheiden, ob er in der Mitte zwischen beiden, oder mehr nach der einen oder anderen Seite liegt; man kann also noch 3 Stufen einschalten. Dadurch steigt die Anzahl der Farbtöne, die man unterscheiden und bezeichnen kann, auf 100, und dies ist eine Zahl, die den praktischen und wissenschaftlichen Bedürfnissen vollauf gerecht wird.

Allerdings ist es nötig, daß jeder, dem man durch eine solche Bezeichnung (z. B. 13 $^1/_4$) einen Farbton angeben will, eine genaue Kopie des ursprünglichen Farbkreises zur Hand hat. Sollten durch einen Zufall jener Farbenkreis und seine Kopien verloren gehen oder sich verändern, so verlieren die Zeichen ihre Bedeutung und die Möglichkeit einer Verständigung hört auf.

Dieser Nachteil fällt fort, wenn die Zuordnung der Zahlenreihe nicht willkürlich, sondern nach einem objektiven, in der Natur der Gruppe begründeten Gesetz erfolgt. Alsdann kann die Bedeutung der Bezifferung nicht verloren gehen, weil sie bei zufälligem Verlust der ausgeführten Zuordnungen immer wieder mit gleichem Erfolge hergestellt werden kann.

Das Gesetz der Stetigkeit. Dieses Verfahren einer Kennzeichnung (wenn auch nicht immer Messung) aller unterscheidbaren Punkte einer stetigen Reihe beruht auf dem überaus allgemeinen und wichtigen Gesetz der Stetigkeit. Dieses besagt, daß bei allen physischen Reihen innerhalb kleiner Gebiete die Veränderungen proportional der maßgebenden Veränderlichen verlaufen. Der bekannteste Sonderfall dieses Gesetzes ist, daß man hinreichend kleine Stücke jeder beliebigen Kurve als gerade Linien betrachten kann. Deshalb kann man auch in der Farbtonreihe zwischen zwei nahen Punkten die Zwischenpunkte verhältnismäßig einordnen und braucht nie im Zweifel darüber zu sein, zwischen welchen von den gewählten Farbtönen der vorgelegte liegt.

Die Messung. Mit einer willkürlichen Bezifferung wie beschrieben, beginnt jede wissenschaftliche Organisation eines neuen Gebietes, nachdem die Eroberung durch die Feststellung des Tatbestandes und seiner maßgebenden Verhältnisse vollzogen war. Aber eine vollständige Beherrschung tritt erst ein, nachdem an die Stelle der Bezifferung, welche bloß die Ordnung sichert, die Messung getreten ist, welche die Wert- oder Größenverhältnisse sichert.

Dieser letzte Schritt ist häufig schwer genug auszuführen. Das Thermometer war mehr als ein Jahrhundert auf Grund der bloßen Bezifferung im Gebrauch, bis um die Mitte des vorigen Jahrhunderts endlich das Gesetz gefunden wurde, nach welchem eine wirkliche Einteilung, d. h. die Herstellung gleich großer Stufen ausgeführt werden konnte.

Die Möglichkeit einer Messung beruht darauf, daß es gelingt, im ganzen Gebiet der stetigen Reihe Punkte ausfindig zu machen, von denen man mit guten Gründen aussagen kann, daß sie gleichgroße Stücke der Reihe abgrenzen.

Wie diese Gleichheit hergestellt und erwiesen wird, ist von der Natur der Reihe und ihrer Glieder abhängig. So kann man z. B. längs einer Geraden gleich weit abstehende Punkte dadurch herstellen, daß man den Abstand zweier Punkte eines beweglichen starren Körpers (z. B. zwei Zirkelspitzen) wiederholt nebeneinander abträgt. Hierbei wird vorausgesetzt, daß bei der Bewegung des Zirkels die Entfernung der Spitzen unverändert bleibt. So „selbstverständlich" diese Annahme aussieht, so sehr bedarf sie der Untersuchung. Denn es ist ge-

zeigt worden, daß auch die Annahme, die Zirkelspitzen verändern gesetzmäßig bei jeder Bewegung ihre Entfernung, den beobachteten Tatsachen gerecht zu werden vermag, wenn nur dieses Entfernungsgesetz gewisse Voraussetzungen erfüllt, namentlich, daß bei der Rückkehr an den Anfangsort sich die frühere Entfernung wieder herstellt. Anschaulich kann man sich eine solche Welt machen, wenn man das Bild der wirklichen Welt in einer spiegelnden Kugel, wie sie zum Schmuck in den Gärten aufgestellt werden, betrachtet. In diesem Bilde bedingt eine Verschiebung im allgemeinen auch eine Längenänderung, und dennoch spiegeln sich alle Meßvorrichtungen der wirklichen Welt sinngetreu, so daß beide die gleichen Messungsergebnisse liefern.

Um also die willkürliche Bezifferung des Farbenkreises durch eine gesetzmäßige Messung zu ersetzen, muß ein Verfahren gefunden werden, gleiche Abstände zwischen je zwei Farben in allen Teilen des Kreises herzustellen und abzutragen. Ein solches Verfahren besteht gegenwärtig und damit ist die Messung ermöglicht, wie weiter unten gezeigt werden wird.

Es wird hierdurch der wichtige Fortschritt erzielt, daß die Einteilung des Farbenkreises aller Willkür entzogen wird. Ist der Anfangspunkt gegeben (den man durch die Farbe eines wohldefinierten chemischen Stoffes eindeutig kennzeichnen und von der Aufbewahrung einer Probe unabhängig machen kann), so sind damit auch alle anderen Punkte bestimmt. Denn man kann gemäß der Voraussetzung eine beliebige Anzahl gleichabständiger anderer Punkte an den gewählten Ausgangspunkt anschließen. Nach dem Zehnerprinzip wird man zunächst 10 gleichabständige Punkte im Kreise feststellen. Da diese für den praktischen Gebrauch zu weit voneinander entfernt sind, wird man jeden dieser Abstände wieder in 10 Teile zerlegen und so eine Einteilung des Farbenkreises in 100 gleiche Stufen herstellen, welche den Anforderungen reichlich genügt.

Einheiten. Die gleich großen Stücke, welche zur Teilung einer Reihe dienen, heißen Einheiten. Deren gibt es zweierlei Arten.

Erstens kann eine Einheit w i l l k ü r l i c h sein. Dieser Fall ist ungemein häufig. Er wird jedesmal notwendig, wenn die zu messende Reihe keine natürliche Begrenzung hat. Ein solcher Fall liegt bei den Längen vor, die beliebig lang sein können, ohne daß ein natürlicher

Grenzwert bekannt wäre. Deshalb dient eine willkürliche festgestellte Länge, das Meter, als Einheit, und alle Längenmaße werden durch Beziehung auf diese Einheit definiert. Dasselbe gilt für die Reihe der Gewichte, der Zahlen usw.

Zweitens kann die Einheit n a t ü r l i c h sein. Dieser Fall ist selten. Er tritt ein, wenn die zu teilende Reihe endlich ist und natürliche Grenzen hat. Ein Beispiel liegt bei den Winkeln vor. Deren natürliche Einheit ist eine volle Drehung und alle Winkelmaße sind deshalb bestimmte Bruchteile dieses Grundwertes. Ob man ihn nach vorwissenschaftlicher Weise in 360 Teile teilt, oder nach wissenschaftlicher in 100, ändert grundsätzlich nichts an der Tatsache der natürlichen Einheit.

In der Farbenlehre bestehen nun für alle drei Veränderlichen, den Farbton, den Weiß- und den Schwarzgehalt, natürliche Einheiten. Es ist deshalb in diesem ganzen Gebiet nicht nötig, willkürliche Einheiten irgendwelcher Art festzustellen.

Für den Farbton ist die natürliche Einheit der ganze Farbenkreis. Nach dem Zehnerprinzip ist er in 10 bzw. 100 Teile zu teilen, wie das schon oben dargelegt wurde.

Für den Weißgehalt bestehen die natürlichen Enden der hellklaren Reihe, nämlich reiner Farbton und reines Weiß; die ganze Reihe dient daher als Einheit. Auch hier kommt nur eine Zehner- und Hunderterteilung in Frage; zurzeit ist die zweite fast überall mehr als ausreichend.

Für den Schwarzgehalt gilt ganz dasselbe. Auch hier dient die ganze Reihe als natürliche Einheit; mehr als 100 Teile sind nur selten erforderlich.

Dieser Tatbestand ist sehr bemerkenswert. Denn im ganzen übrigen Gebiet der messenden Wissenschaften gibt es nur den einzigen Fall der W i n k e l, wo eine natürliche Einheit vorhanden ist. Alle übrigen Messungen stützen sich auf künstliche Einheiten, deren Normen in Gestalt körperlicher Gegenstände aufbewahrt und durch die Herstellung zahlreicher genauer Kopien gegen Verlust geschützt werden müssen. Nur im Falle der Zeit beruht die Einheit auf einem körperlichen Gegenstande, der weder kopiert werden kann, noch geschützt zu werden braucht, nämlich der Erde, deren Achsendrehung die Zeiteinheit bestimmt. Allerdings besteht auch hier ein Atavismus, weil die Sekunde, welche als sekundäre Einheit benutzt wird, nicht ein reiner Zehner-

potenzbruch des mittleren Sonnentages ist, sondern der 86400ste Teil eines solchen.

Räumliche Zuordnungen. Neben den Zuordnungen der Zahlenreihe, die zunächst zum Ordnen, sodann zum Zählen und Messen dienen, werden für wissenschaftliche Zwecke in ausgedehntem Maße räumliche Zuordnungen verwendet, welche zur Anschauung, zum zusammenfassenden Begreifen der Verhältnisse dienen. Man kann sie Bilder nennen. Die räumlichen Mannigfaltigkeiten sind uns vorwissenschaftlich aus der täglichen Erfahrung und wissenschaftlich aus der Geometrie so geläufig, daß wir eine neue Mannigfaltigkeit leichter und vollständiger begreifen, wenn wir ihre räumliche Abbildung betrachten. Dazu kommt, daß die dreifaltige Gruppe des Raumes mannigfaltig genug ist, um auch für verwickeltere Gebiete ein zutreffendes Bild herzustellen.

Tatsächlich sind aus diesen Gründen in diesem Buche räumliche Beispiele häufig zur Erläuterung der Ordnungslehre benutzt worden. Solche Beispiele können unmittelbar für die Zuordnung anderer Gruppen am besten gleicher Klasse verwendet werden. Damit ist genug über das Grundsätzliche solcher Zuordnungen gesagt, um alsbald auf den praktischen Fall der Farbenlehre überzugehen.

Die ungeschlossenen Reihen. Das einfachste räumliche Bild haben wir für die ungeschlossenen einfaltigen Reihen: sie werden durch eine Gerade von endlicher Länge, und zwar der Längeneinheit, abgebildet.

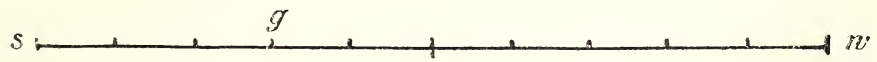

Fig. 5.

So ist die Gerade *s w* (Fig. 5) das Bilde der Graureihe, mit den beiden Endpunkten Schwarz (*s*) und Weiß (*w*). Jeder Punkt auf dieser Linie stellt ein mögliches Grau vor, und zwar ist jedes so geordnet, daß nach *s* zu alle Farben dunkler, nach *w* zu alle heller sind.

Außer der Ordnung aber kann die Linie auch noch das Größenverhältnis der Bestandteile jedes Grau darstellen. Denn jedes Grau besteht aus einem Anteil Weiß und einem Anteil Schwarz. Beide Anteile sind echte Brüche und ergänzen sich zu Eins. Ein Punkt *g*, der

um $^3/_{10}$ von *s* und um $^7/_{10}$ von *w* entfernt ist, stellt ein Grau dar, welches $^3/_{10}$ Weiß und $^7/_{10}$ Schwarz enthält. Man bemerke, daß es nicht etwa das Grau mit $^3/_{10}$ S c h w a r z ist, was man vor weiterem Nachdenken vermuten möchte, weil der Punkt doch um $^3/_{10}$ von *s* und nicht von *w* entfernt ist. Der Nullpunkt von *w* liegt in *s* und der von *s* in *w*. Es kann nicht anders sein: wenn *w* Weiß darstellen soll, so muß die Länge der Linie in *w* den Wert 1 und nicht 0 haben; folglich liegt der Nullpunkt für Weiß in *s*. Diese anscheinende Kleinigkeit ist hier im einfachsten Falle so ausführlich erörtert worden, damit für die späteren verwickelteren Fälle das Verständnis vorbereitet ist.

Die gleichen Abbildungen gelten für die beiden anderen Reihen gleicher Klasse, die h e l l k l a r e *rw* und die d u n k e l k l a r e *rs* (Fig. 6).

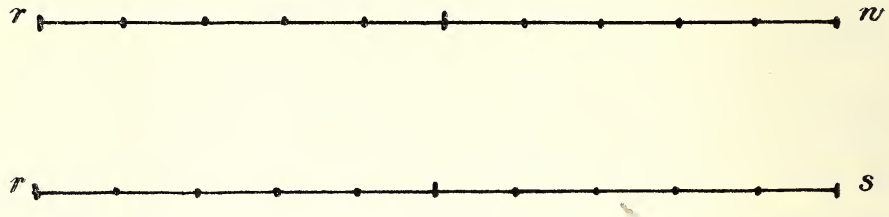

Fig. 6.

Die erste hat das Bild *r w*, die andere das Bild *r s*. Denn auch in diesen beiden Fällen läßt sich jede hell- oder dunkelklare Farbe als die Einheitssumme zweier echter Brüche darstellen. Im ersten Falle sind die Bestandteile reine Farbe und Weiß, im zweiten reine Farbe und Schwarz. Auch hier liegen die Nullpunkte für jeden der Bestandteile an dem Ende der Geraden, welches das Zeichen des Bestandteils nicht trägt.

Die Einfarbenfläche. Alle Abkömmlinge eines Farbtons bilden (S. 30) eine zweifaltige Gruppe, deren räumliche Abbildung eine zweifaltige F l ä c h e, am einfachsten die Ebene ist.

Auf die Frage, wie die Punkte, welche diese Abkömmlinge darstellen, geordnet werden sollen, bietet sich in erster Linie die S. 29 beschriebene Ordnung an, die auch die der Parallelkoordinaten der analytischen Geometrie ist. Danach würde man etwa von der dunkelklaren Linie r s ausgehen, die man wagerecht hinlegt. (Fig. 7.) Darüber käme

die Linie $r\,g_1$ zu liegen, welche die Übergänge von der reinen Farbe zum dunkelsten Grau darstellt und darüber folgeweise die Linien für immer hellere Grau, g_2, g_3, bis zuletzt oben die hellklare Linie $r\,w$ das Bild abschließt.

Man erhält ein ähnliches Bild, wenn man im Anschluß an die Schwarz-Grau-Weiß-Linie $s\,w$ nach links hin ähnliche Linien anordnet,

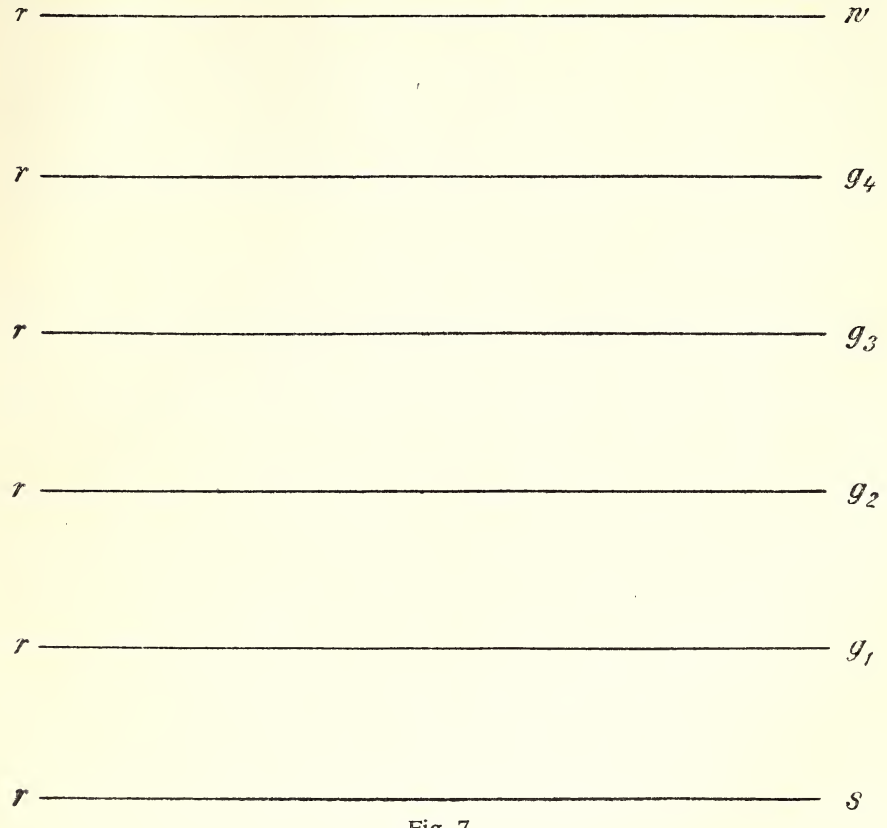

Fig. 7.

in denen neben jenem Grau eine zunehmende Menge reiner Farbe enthalten ist, bis zuletzt die Linie *rr*, welche nur reine Farbe enthält, den Rahmen schließt. Das Bild würde also aus lauter senkrechten Geraden bestehen. Eine solche Darstellung arbeitet ganz im Sinne der analytischen Geometrie mit den Koordinaten Reinheit und Grau, welche beide unabhängig voneinander alle Werte von 0 bis 1 annehmen können.

Obwohl sicherlich durch diese Darstellung alle möglichen Abkömmlinge eines Farbtons erfaßt und geordnet werden, ist sie nicht ganz befriedigend, weil die Symmetrie der drei Bestandteile jeder Farbe, nämlich reine Farbe, Weiß und Schwarz nicht zur Geltung kommt. Von den vier Eckpunkten des Bildes sind nur drei durch verschiedenen Farben, *r*, *w* und *s* besetzt, während im vierten sich *r* wiederholt. Demgemäß enthalten die drei Seiten *r w*, *w s* und *r s* veränderliche Farbenreihen, die vierte *r r* enthält dagegen überall dieselbe reine Farbe. Endlich ist der Begriff des Grau kein einfacher, sondern ein aus Weiß und Schwarz abgeleiteter. Es ist deshalb der Mühe wert zu fragen, ob nicht eine andere Abbildung der farbgleichen Gruppe in der Ebene möglich ist, durch welche diese Beanstandungen vermieden werden könnten.

Das farbgleiche Dreieck. Man gelangt zu einer Lösung dieser Aufgabe auf folgendem Wege. Da nur drei ausgezeichnete Punkte, entsprechend den Elementen jeder Farbe (reine Farbe, Weiß und Schwarz) im Bilde zu veranschaulichen sind, so bietet sich statt des Vierecks

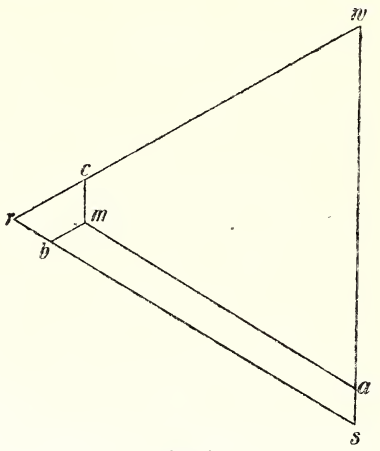

Fig. 8.

das Dreieck als Rahmen an, in dessen Ecken *r*, *w* und *s* liegen. Ein solches Dreieck hat drei Seiten *r w*, *r s* und *s w*, welche die drei Hauptreihen (die hellklare, die dunkelklare und die graue Reihe) darstellen. Es bleibt also nur noch zu untersuchen, ob und wie alle trüben Farben im Inneren des Dreiecks untergebracht werden können (Fig. 8).

Eine jede Farbe besteht aus den Bruchteilen reiner Farbe, Weiß und Schwarz, deren Summe, die Farbe, gleich der Einheit ist, und wird daher durch die Gleichung $r + w + s = 1$ dargestellt. Nun gilt aber für ein gleichseitiges Dreieck allgemein der Satz, daß die Summe der Linien ma, mb und mc, die von irgendeinem Punkte m des Dreiecks parallel dessen Seiten bis zu den Rändern gezogen werden, stets gleich einer Dreieckseite ist. Macht man diese gleich eins, so gilt $ma + mb + mc = 1$. Diese Gleichung stimmt in ihrer Form völlig mit der Farbengleichung $r + w + s = 1$ überein, man wird also die Gesamtheit aller einer solchen Gleichung entsprechenden Farben im Dreieck abbilden können, wenn man r, w und s durch die Strecken ma, mb und mc abbildet.

Es bleibt noch festzustellen, wie diese Strecken den Werten von r, w und s zuzuordnen sind. Hierzu erwägen wir, daß der Punkt r die reine Farbe darstellt, für welche $r = 1$ ist. Zunächst r liegen also diejenigen Farben, bei denen r nur wenig kleiner als 1 ist. Folglich bildet von den drei Linien ma, mb, mc die den Wert von r ab, welche nur wenig kleiner als die Dreieckseite ist. Dies ist ma. Ebenso erweist sich, daß Weiß durch mb, Schwarz durch mc abgebildet wird. Die Zusammenfassung ergibt, daß jeder der drei Werte r, w und s durch die Linie gemessen wird, welche zur Gegenseite des entsprechenden Eckpunktes gezogen ist. Ob man die Linie parallel der einen oder anderen anliegenden Seite zieht, bewirkt keinen Unterschied, da beide Linien gleich lang sind.

Die Ähnlichkeit dieses Ergebnisses mit den Betrachtungen von S. 42 über die Abbildung der einfaltigen Reihen auf Linien fällt in die Augen; sie liegt in der Sache selbst begründet, weil die Abbildung der zweifaltigen Gruppe durch das Dreieck aus den Abbildungen der einfaltigen Teilgruppen durch Gerade entstanden ist, die hier als Dreieckseiten verwendet werden.

Ordnung im Farbendreieck. Eine Übersicht über die Anordnung der Farben im Farbendreieck gewinnt man, wenn man die Linienscharen betrachtet, die parallel jeder der Dreieckseiten im Inneren verlaufen.

Zunächst haben wir gegenüber der Ecke w und parallel der Seite rs die Weißgleichen (Isoleuken), nämlich die Linien, in denen die

Farben gleichen Weißgehaltes liegen (Fig. 9). In ihnen ist auch die Summe $r + s$ gleich, während das Verhältnis r/s alle Werte annehmen kann. Sie sind am kürzesten zunächst w, wo die Farben vorwiegend aus Weiß bestehen, und am längsten zunächst rs, wo das Weiß verschwindet. Längs einer Weißgleichen ändert sich das Verhältnis zwischen reiner Farbe und Schwarz, denn in dem einen Endpunkte jeder Weißgleichen, der in rw liegt, ist außer Weiß nur reine Farbe, im anderen nur Schwarz enthalten. Diese Änderung hat den kleinsten Einfluß auf das Aussehen der Farbe in der Nähe von w, wo die Farbe fast nur aus Weiß besteht, und den größten in der Nähe von rs, wo sie fast nur aus den wechselnden Bestandteilen r und s besteht.

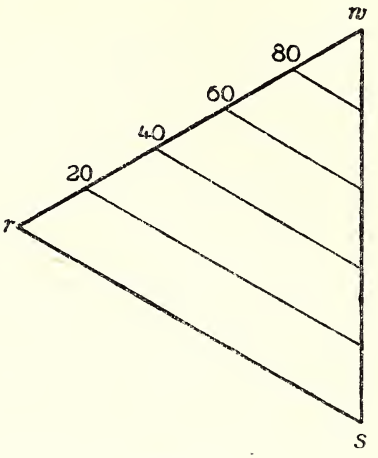

Fig. 9.

Die zweite Schar ausgezeichneter Linien sind die Linien gleichen Schwarzgehalts, die Schwarzgleichen (Isomelanen). Sie verlaufen gegenüber der Ecke s parallel zu rw und geben zu ganz ähnlichen Betrachtungen Anlaß, wie die Weißgleichen. Sie sind am kürzesten und zeigen die geringste Änderung des Aussehens ihrer Farben zunächst s und sind am längsten und mit der stärksten Änderung behaftet zunächst rw, der hellklaren Reihe. Denn diese kann gleichfalls als eine Schwarzgleiche (mit dem Schwarzgehalt Null) angesehen werden, wie die dunkelklare Reihe als eine Weißgleiche mit dem Weißgehalt Null (Fig. 10).

Endlich haben wir die dritte Schar gegenüber r und parallel zu ws,

die Linien gleichen Gehalts an reiner Farbe oder die Reingleichen (Isopuren). (Fig. 11.) Sie fassen die Farben zusammen, in denen bei unverändertem Anteil reiner Farbe das Verhältnis Weiß : Schwarz alle möglichen Werte annimmt. Auch hier sind die Linien um so kürzer, je kleiner der veränderliche Anteil ist, und umgekehrt. Die letzte Reingleiche ist die Graulinie *ws*, in welcher der Betrag reiner Farbe gleich Null ist.

In den drei Zeichnungen Fig. 9 bis 11 sind die Bruchteile der drei Größen *r*, *w*, *s* als Hundertstel (unter Fortlassung des Nenners oder des Dezimalkommas) von 20 zu 20 eingetragen. Dieser Form gemäß

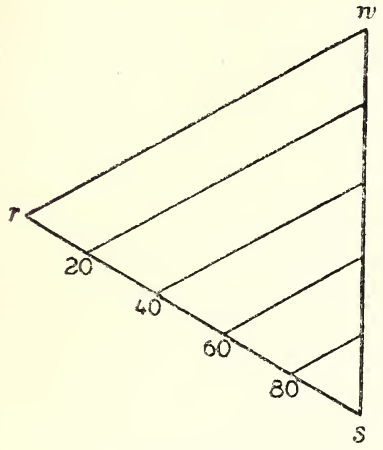

Fig. 10.

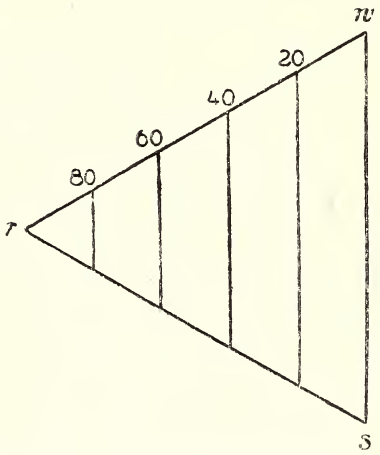

Fig. 11.

wird die allgemeine Farbengleichung nicht mehr $r + w + s = 1$, sondern $r + w + s = 100$ geschrieben. Doch ist bei gewissen Rechnungen darauf zu achten, daß die Zahlen nicht Ganze, sondern Hundertstel bedeuten.

Ortsbestimmung der Farben. Sind von einer Farbe der Weiß- und Schwarzgehalt gegeben, so findet man ihren Ort im Dreieck, indem man die zugehörige Weiß- und Schwarzgleiche zieht; wo beide sich schneiden, liegt der Ort der Farbe. So zeigt Fig. 12 in *F* den Ort der Farbe, welche 20 Weiß und 40 Schwarz enthält.

Es genügen also zwei von den drei Größen *r*, *w*, *s*, um diesen Ort zu bestimmen und damit die Farbe zu definieren. Dies geht auch aus

der allgemeinen Gleichung $r + w + s = 100$ hervor, denn wenn zwei von den Größen bestimmt sind, ist die dritte nicht mehr frei, da sie deren Summe zu 100 ergänzen muß.

Als bestimmende Größen kann man jedes der drei Paare *ws*, *rw* und *rs* benutzen. Aus Gründen, die im psychologischen Gebiet liegen, also hier nicht erörtert werden können, hat das erste Paar, der Weiß- und Schwarzgehalt, den Vorzug.

Ist umgekehrt der Ort der Farbe im Dreieck gegeben, so kann man ihren Weiß- und Schwarzgehalt erfahren, indem man durch den Ort die Weiß- und die Schwarzgleiche legt und nachsieht, wo sie die Dreieckseiten schneiden.

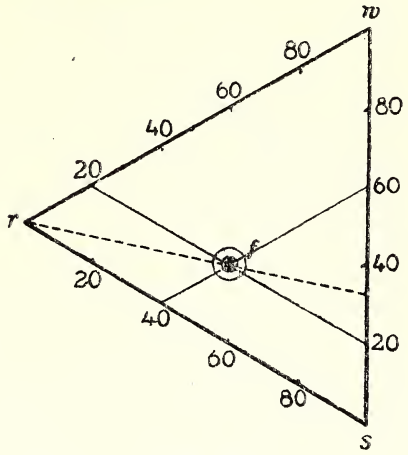

Fig. 12.

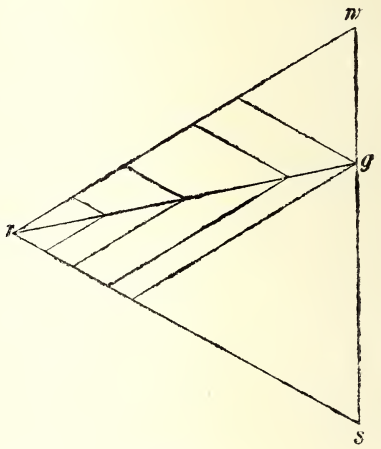

Fig. 13.

Ist eines der anderen Paare gegeben, so zeichnet man die entsprechenden Gleichen. Oder man berechnet mittels der allgemeinen Farbengleichung den dritten Wert und kann die Konstruktion mit der Weiß- und der Schwarzgleiche anwenden.

Die Transversalen. Es kann noch nach der Bedeutung der Geraden gefragt werden, welche von einer Ecke des Dreiecks nach einem Punkte der gegenüberliegenden Seite gezogen werden können, und die als Zwischenstufen zwischen den beiden angrenzenden Dreieckseiten erscheinen.

Wir betrachten zunächst die Transversale *rg* (Fig. 13). Sie führt von der reinen Farbe *r* zu einem Punkt der *ws*-Linie, d. h. zu einem

Grau von bestimmter Helligkeit. Aus geometrischen Gründen[1]) teilt sie alle Reingleichen des Dreiecks in demselben Verhältnis, wie die Seite *ws*, und stellt daher alle die Farben dar, welche durch Vermischung der reinen Farbe mit dem Grau *g* nach allen Verhältnissen hergestellt werden können. Für die Grenzfälle *r w* und *r s* (s. o.) geht das Grau in Weiß bzw. Schwarz über.[1])

Der Fall *w d* (Fig. 14) ist ganz entsprechend zu deuten. Die Linie faßt alle Mischungen zusammen, welche aus einer gegebenen dunkelklaren Farbe durch Zumischung von Weiß entstehen können.

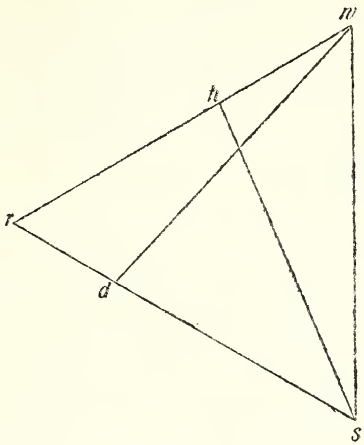

Fig. 14.

Ebenso liegen auf *s h* alle Mischungen aus der hellklaren Farbe *h* mit Schwarz.

Ganz allgemein liegen auf einer Geraden, die irgendwelche zwei Punkte des Farbendreiecks verbindet (gleichgültig, ob sie im Inneren oder am Rande liegen), alle Farben, die durch Mischung aus den Farben dieser beiden Endpunkte entstehen können.

Der Farbtonkreis. Von den drei einfaltigen Reihen, aus denen sich die dreifaltige Gruppe aller Farben zusammensetzt, ist noch die Abbildung der geschlossenen Reihe der Farbtöne zu erörtern.

Es wurde schon angegeben, daß diese Abbildung am einfachsten

[1]) Der Beweis ergibt sich durch die Einzeichnung der Weiß- und Schwarzgleichen für die Punkte der Linie rg aus der geometrischen Ähnlichkeit der entstehenden Dreiecke.

durch einen Kreis bewerkstelligt wird, welcher die einfachste geschlossene Linie darstellt. Auch wird sich später in der Lehre von den Farbenmischungen zeigen, daß gewisse zahlenmäßige Beziehungen der verschiedenen Farbtöne untereinander am angemessensten durch den Kreis abgebildet werden.

Der Kreis veranschaulicht zunächst die geschlossene und die stetige Beschaffenheit der Farbtonreihe, ferner die Existenz der zwei Entfernungen für jedes Punktpaar und die einer fernstliegenden Gegenfarbe. Dagegen veranschaulicht er nicht die spezifische Verschiedenheit der Farbtöne. Denn der Kreis ist homogen, er kann in sich gedreht werden, ohne sich zu ändern, während die Farbtonreihe keine Verschiebung in sich selbst gestattet, da jeder Punkt anders aussieht, als jeder andere. Damit also der Kreis die Farbtonreihe richtig abbildet, muß man ihm willkürlich die Eigenschaft der Unterschiedlichkeit seiner Punkte zuerteilen.

Da wir gemäß S. 39 die Voraussetzung machen dürfen, daß es möglich ist, die Farbtonreihe in gleiche Stücke zu teilen, z. B. in 100 Farbtonstufen, so ergibt sich unmittelbar deren Abbildung durch 100 gleichabständige Punkte im Kreisumfang. Fügen wir hinzu, daß der Anfangspunkt der Zählung, das reine Gelb, im obersten Punkt des Kreises liegen, und daß der Fortschritt der Zählung, der von Gelb über Rot nach Blau und Grün führt, nach rechts erfolgen soll, so ist die Zuordnung oder Abbildung der Farbtonreihe auf den Kreis eindeutig und vollständig.

Die Farbenkreise. Der Farbtonkreis ist zunächst ein abstrakter Begriff, da zu jedem Farbton ungezählte Farben gehören, nämlich alle, die sich in einem der soeben beschriebenen Dreiecke befinden. Nun gibt es allerdings unter diesen eine ausgezeichnete Farbe, nämlich die reine, die weder Weiß noch Schwarz enthält. Man würde also einen wirklichen und sogar ausgezeichneten oder typischen Farbenkreis erlangen, wenn man ihn aus lauter reinen Farben bildete.

Leider läßt sich ein solcher Farbenkreis nicht in Gestalt wirklicher Farben, insbesondere nicht durch Aufstriche oder Färbungen irgendwelcher Art verwirklichen. Alle derartigen Körperfarben erweisen sich als trüb, d. h. sie enthalten neben reiner Farbe nachweisbare Mengen Weiß oder Schwarz oder meist beide.

Um einen wirklichen Farbenkreis herzustellen, muß man somit trübe Farben verwenden. Da es ungezählte solche von jedem Farbton gibt, muß man die Grundsätze feststellen, nach denen man aus dieser Unbegrenztheit die Wahl treffen will. Die natürlichste Feststellung ist, daß man solche Farben zu einem Farbenkreise vereinigt, welche übereinstimmende Zusammensetzung aus den drei Bestandteilen *r*, *w*, *s* haben. Es entstehen dann so viele Farbenkreise, als man Farben innerhalb eines farbgleichen Dreiecks unterscheiden kann. Jeder derartige Farbenkreis stellt dann eine Linie gleicher Trübe oder T r ü b g l e i c h e dar.

Diese Trübgleichen sind im Gegensatze zu den geradlinigen Weiß- und Schwarzgleichen K r e i s e, haben aber sonst ähnliche Eigenschaften wie die anderen Gleichen, welche oben (S. 24) beschrieben wurden. Insbesondere werden ihre Stufen um so weniger unterscheidbar, je geringer der Anteil an reiner Farbe und je größer der an Weiß und Schwarz wird. Ist die Farbe unbunt, also Weiß, Grau oder Schwarz, so verliert der Begriff des Farbenkreises überhaupt seine Bedeutung. Um diese Verhältnisse sachgemäß abzubilden, müßte man also die Farbenkreise um so kleiner machen, je weniger rein ihre Farben sind, bis sie bei der Reinheit Null in einen Punkt zusammenschrumpfen.

Wie sich diese Forderungen durch die folgerichtige Entwicklung des räumlichen Bildes selbsttätig erfüllen, wird die nachfolgende Untersuchung ergeben.

Verbindung des Farbenkreises mit anderen Reihen. Ebenso wie die ungeschlossenen Reihen der hell- und dunkelklaren Farben beim Zusammentreten zu der zweifaltigen Gruppe der Farbtongleichen geführt haben, läßt sich untersuchen, welche zweifaltigen Gebilde durch die Verbindung der geschlossenen Farbtonreihe mit den ungeschlossenen hell- oder dunkelklaren Reihen entstehen.

Zunächst ist es klar, daß eine F l ä c h e als Abbildung aller hellklaren Reihen im Gebiet aller Farbtöne entstehen muß, da es sich um eine zweifaltige Gruppe handelt. Die Gestalt dieser Fläche wird durch die Kreislinie der Farbtonreihe begrenzt, während die Endlichkeit der hellklaren Reihe der Fläche die innere Seite der Kreislinie zuweist. Die gesuchte Abbildung ist also im einfachsten Falle eine K r e i s f l ä c h e. Allgemeiner muß man sagen, daß an die Stelle der Kreis-

fläche jede Kegelfläche treten kann, da eine solche gleichfalls die gestellte Bedingung der Entstehung aus einer Geraden und einer Kreislinie erfüllt. Es wird später Anlaß sein, auf diese allgemeine Lösung der Aufgabe zurückzukommen.

Die hellklare Kreisfläche enthält in ihrer Umfangslinie die Reihe der reinen oder gesättigten Farben. Nach dem Inneren zu folgen sich die zunehmend mehr Weiß enthaltenden hellklaren Farben dergestalt, daß längs jedes Halbmessers der gleiche Farbton besteht (Fig. 15). Die Weißgleichen sind hier konzentrische Kreise, die dem Mittelpunkt

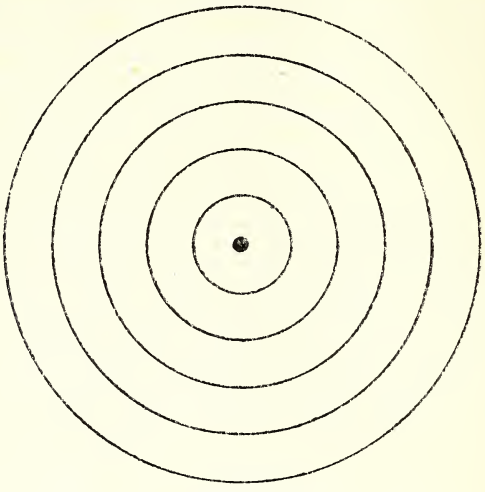

Fig. 15.

um so näher liegen, also um so kleiner werden, je mehr Weiß die zugehörigen Farben enthalten. Im Mittelpunkt selbst liegt das reine Weiß.

Diese Anordnung erfüllt die Bedingung von S. 51.

In ganz derselben Weise kann man durch Verbindung der dunkelklaren Reihe mit der Farbtonreihe die dunkelklare Kreisfläche (bzw. Kegelfläche) erhalten, welche die Gesamtheit aller dunkelklaren Farben abbildet. Hier nimmt der Schwarzgehalt nach der Mitte zu und im Mittelpunkt selbst liegt das reine Schwarz.

Eine Verbindung der Graureihe mit der Farbtonreihe endlich hat keinen Sinn. Denn da diese Reihe keine Farbtöne enthält, kann man sie auch nicht durch die Farbtonreihe hindurch abwandeln.

Die trüben Flächen. Im Anschluß an die beiden Kreisflächen, welche die klaren Farben aufnehmen, wird man nach ähnlichen Gebilden suchen, in denen die trüben Farben gesetzmäßig geordnet sind. Nun bilden aber die trüben Farben jedes Farbtons bereits für sich eine zweifaltige Gruppe, ihre Gesamtheit ergibt darum bei der Abwandlung durch den Farbenkreis ein dreifaltiges, also körperliches Bild. Dieser Fall wird alsbald in ganzer Allgemeinheit behandelt werden; hier beschränken wir uns auf einige trübe Reihen, welche im Farbenkreise Flächen ergeben.

Solche Reihen entstehen beispielsweise, wenn man im Dreieck den Punkt *r* mit irgendeinem Punkt der gegenüberliegenden Graulinie

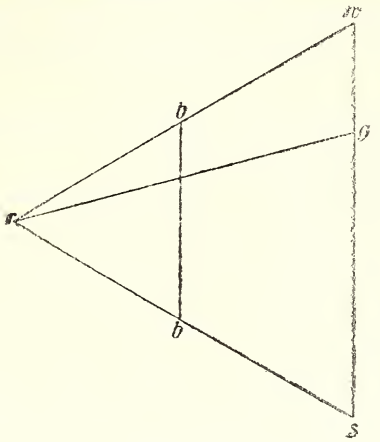

Fig. 16.

verbindet (Fig. 16). Er faßt alle Abkömmlinge der reinen Farbe zusammen, welche durch Zumischung desselben Grau in allen Verhältnissen entstehen.

Die entsprechenden Bilder über den ganzen Farbenkreis durch Drehung um die Achse *ws* stellen sich wieder als Kreis- (oder Kegel-) flächen dar, nur daß im Mittelpunkt nicht Weiß oder Schwarz, sondern jenes Grau liegt.

Ein anderer Fall entsteht, wenn man von einer Reingleichen, also einer Reihe ausgeht, welche neben einem unveränderlichen Anteil reiner Farbe als Beimischung alle möglichen Grau und Weiß bis Schwarz, gleichfalls in unveränderlicher Mengen enthält. Hier ist der bunte Anteil überall derselbe; es geht also nicht an, ein Ende der

Reingleichen in den Mittelpunkt eines Kreises zu legen, da in diesem Punkte alle Farben zusammentreffen würden, was ein unklares Bild gäbe. Wohl aber kann man eine angemessene Abbildung erzielen, wenn man die Gerade *b b* der reingleichen Reihe (Fig. 16) so im Kreise um die Achse *w s* umlaufen läßt, daß eine Zylinderfläche entsteht. Dann bleibt für jede Farbe gleich viel Raum, unabhängig davon, welches Grau sie daneben enthält.

Der Farbenkörper. Es bleibt nun noch der letzte Schritt zu tun übrig, der in der Verbindung aller drei einfaltigen Reihen des Farbengebietes zu einem gemeinsamen Bilde besteht. Dieses muß alle bisher untersuchten ein- und zweifaltigen Bilder als Bestandteile enthalten, welche bei geeigneter Betrachtung des Gesamtbildes zutage treten müssen.

Natürlich kann dieses Bild, da es eine dreifaltige Gruppe darzustellen hat, nur ein körperliches sein.

Diese Forderungen werden erfüllt, wenn man alle Farbendreiecke, eines für jeden Farbton, so zusammenfügt, daß die Trübgleichen Kreise bilden. Dies geschieht, wenn man von allen Dreiecken die übereinstimmende *ws*-Seite, welche nur unbunte Farben enthält, zusammenfallen läßt, während die Ebenen von je zwei benachbarten Dreiecken den Winkel 0.01 (3.6°) miteinander bilden. Die Gesamtheit dieser Dreiecke (mit den zufolge der Stetigkeit dazwischen liegenden) bildet dann einen flachen Doppelkegel, von 0.33 (120°) Scheitelwinkel, den Farbenkörper (Fig. 17), wie er entsteht, wenn man ein gleichseitiges Dreieck um eine seiner Seiten sich drehen läßt.

In diesem Farbenkörper sind alle denkbaren Farben derart untergebracht, daß jede eindeutig ihren Ort hat, und daß jedem Ort eindeutig eine Farbe entspricht.

Die Ordnung im Farbenkörper. Aus der Entstehung des Farbenkörpers ergeben sich folgende Verteilungen der Farben.

Auf der oberen Kegelfläche liegen alle hellklaren, auf der unteren alle dunkelklaren Farben. Hier zeigt sich, daß ihre Abbildung auf einer ebenen Kreisfläche nur einen Sonderfall der Kegelfläche darstellte, und daß der Zusammenhang des Farbkörpers eine Kegelfläche mit 0.33 Scheitelwinkel erfordert.

Die obere Kegelspitze ist weiß, die untere schwarz. An der gemeinsamen Umfangskante liegen alle reinen Farben.

Im Inneren des Kegels befinden sich alle trüben Farben. Solche gleichen Weißgehaltes liegen auf Kegelflächen, welche entstehen, wenn man den unteren dunkelklaren Grenzkegel längs der gemeinsamen Achse nach oben schiebt. Diese weißgleichen Kegel sind zunehmend kleiner, als der dunkelklare Grenzkegel, entsprechend dem zunehmend geringeren Gehalt an reiner Farbe und verschwinden schließlich in der weißen Kegelspitze. Man übersieht diese Verhältnisse, wenn man das Dreieck Fig. 9, S. 46 mit den eingetragenen Weißgleichen um die Seite *ws* als Achse umlaufen läßt.

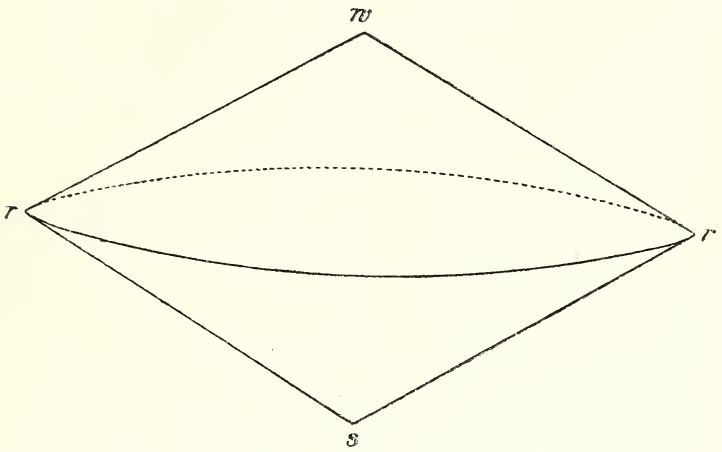

Fig. 17.

Ganz ähnlich sind die Flächen der schwarzgleichen Farben. Ihre Kegel liegen umgekehrt und entstehen durch Senkung des hellklaren Grenzkegels längs der gemeinsamen Achse.

Läßt man das Dreieck Fig. 11, S. 47 um die *ws*-Achse umlaufen, so beschreiben die Reingleichen Zylinder, die um so niedriger aber weiter werden, je reiner die Farben sind. Hier finden wir die Zylinder von S. 54 wieder.

Die Achse des Farbkörpers endlich enthält alle unbunten Farben von Weiß bis Schwarz.

Im Anschluß an die Betrachtungen von S. 49 sei endlich folgender wichtige Satz ausgesprochen: Verbindet man irgendwelche zwei

Punkte des Farbenkörpers durch eine Gerade, so liegen auf dieser alle Farben, welche durch optische Mischung der Farben dieser Punkte hergestellt werden können, und zwar bestimmt das Mischungsverhältnis den Ort der Mischungsfarbe gemäß der Regel vom umgekehrten Verhältnis der Abstände (s. w. u.).

Während der frühere Satz nur für zwei Farben galt, die demselben Dreieck angehören, also von demselben Farbton abstammen, gilt der jetzige für irgendwelche Farben, also auch solche beliebig verschiedenen Farbtons.

Bezifferung. Eine andere Art der Abbildung, die gleichfalls von größtem Nutzen und deshalb ausgiebigster Anwendung ist, besteht in der Zuordnung kurzer Zeichen, der Bezifferung. In der Bezeichnung aller Zahlen durch die 10 Ziffern 0 bis 9 und deren Verbindungen haben wir das vollkommenste, in der Bezeichnung der Begriffe durch Wörter in den verschiedenen Sprachen das ausgedehnteste, wenn auch vielfach unzulängliche Beispiel hierfür.

Das Verfahren besteht in der Zuordnung von Zahlen oder Buchstaben, selten anderer Zeichen, zu den einfaltigen Teilgruppen der abzubildenden Gesamtgruppe. Ist diese selbst einfaltig, so genügt eine solche Reihe; ist sie mehrfaltig, so sind so viel Reihen erforderlich, als sich Teilgruppen bei der Auflösung bilden.

Die vollkommenste Abbildung wird erzielt, wenn die Stufen der Teilgruppen m e ß b a r sind (S. 38); dann dienen die Meßzahlen der Veränderlichen selbst als Zeichen. Dies gilt für stetige Reihen; unstetige werden unmittelbar gezählt. Hierbei ist acht zu geben, daß man nicht mehr Ziffern verwendet, als der Genauigkeit der Messung entspricht, da sonst Dinge zum Ausdruck gebracht würden, die gar nicht behauptet werden sollen oder können.

Sind die Stufen nicht meßbar, so bleibt nur eine mehr oder weniger willkürliche Zuordnung übrig, wobei die Reihenfolge der Stufen mit der der Ziffern übereinstimmen muß. Der Wert einer solchen Abbildung ist sehr viel geringer, als der durch Maßzahlen, weil zum Verständis und Gebrauch einer solchen willkürlichen Zuordnung ein M u s t e r erforderlich ist, aus dem man sie ersehen kann. Alle Schwierigkeiten, die sich der Verbreitung und Aufbewahrung solcher Muster entgegenstellen, sind Beeinträchtigungen ihrer Brauchbar-

keit. Am besten kommt man daher durch, wenn man das Muster in möglichst allgemeingültiger Weise festlegen kann, z. B. durch die Eigenschaften allgemein bekannter Stoffe von wohldefinierter Beschaffenheit, die überall hergestellt und benutzt werden können. Ein Beispiel hierfür ist die Festlegung zweier Hauptpunkte in der einfalfigen Reihe der Temperaturen durch den Gefrier- und Siede-Punkt des reinen Wassers.

Sind derart die Bezifferungen der Teilgruppen festgestellt, so vereinigt man sie zur Bezifferung der Gesamtgruppe. Um in dem Gesamtzeichen, die den verschiedenen Teilgruppen angehörigen Zeichen zu unterscheiden, muß man ebensoviel neue Zeichen einführen, als Teilgruppen vorhanden sind. Diese Teilgruppenzeichen können sehr verschiedener Art sein. Das einfachste ist das in unserem Zahlensystem benutzte der S t e l l e. In dem Zahlenzeichen 1925 geht aus der Stellung jeder Ziffer hervor, welchen Wert ihre Einheit hat, nämlich Eins bei der 5, Zehn bei der 2, Hundert bei der 9 und Tausend bei der 1. In der analytischen Geometrie dienen die Buchstaben x, y, z, um die drei Teilgruppen der räumlichen Abmessungen kenntlich zu machen usw.

Die Kennzahl der Farben. Da die drei unabhängigen Teilgruppen der Farbengruppe, Farbton, Weiß und Schwarz, m e ß b a r sind, so lassen sich ihre Werte durch Zahlen ausdrücken, und es ist bereits angegeben worden, daß durchschnittlich zwei Ziffern der erreichten Genauigkeit gemäß sind. Ein Zeichen wie 28 f 13 w 50 s würde ausdrücken, daß die Farbe vom Farbton Nr. 28 abstammt, indem sie neben der reinen Farbe 13 Hundertstel Weiß und 50 Hundertstel Schwarz enthält. Damit ist die Farbe erschöpfend gekennzeichnet.

Dieses Zeichen läßt sich nach dem Stellenprinzip abkürzen, wenn man ein für allemal festlegt, in welcher Reihenfolge die Teilgruppen genannt werden. In diesem Buche und in allen vom Verfasser abhängigen Veröffentlichungen wird ausschließlich die Reihenfolge F a r b t o n , W e i ß und S c h w a r z innegehalten; jenes Zeichen kann daher auf 28.13.50 oder weiterhin auf 281350 abgekürzt werden, ohne daß eine Zweideutigkeit entsteht. Ist aber eine Unsicherheit vorhanden, ob das Zeichen richtig verstanden wird, so muß die ausführlichere Form benutzt werden.

Durch dieses Zeichensystem wird die Angabe der Farbe innerhalb der Grenzen der Unterscheidbarkeit zu einem Bestandteil der Sprache. Erinnert man sich, mit welcher Unvollkommenheit bisher die sprachliche Kennzeichnung einer Farbe behaftet war, indem z. B. man dem Worte blau Hunderte verschiedener Farben zuordnen kann, ohne daß ersichtlich wird, welche gemeint ist, so erkennt man den Fortschritt. Als genau definierter Bestandteil der Sprache aber, der gesprochenen, wie namentlich der geschriebenen, nimmt die Farbe künftig an allen Möglichkeiten des Verkehrs und der Mitteilung bis in die fernste Zukunft teil, deren Träger die Sprache, insbesondere aber durch die Wissenschaft exakt gemachte Sprache ist.

Das beschriebene Zeichen einer Farbe heißt ihre K e n n z a h l.

Bedeutung der Zuordnung. Die Zuordnung der Farben zu einem räumlichen Modell oder einem System von drei Zeichengruppen, wie sie vorstehend entwickelt worden ist, darf keineswegs als eine Spielerei oder ein bloßes Unterrichtsmittel angesehen werden. Vielmehr bewirkt das Verfahren auf kürzestem Wege das allgemeine Ergebnis jeder Ordnung, daß es innerhalb des bearbeiteten Umfanges die V o l l s t ä n d i g k e i t d e s I n h a l t e s sichert. Man kann also in vorliegendem Falle darauf rechnen, daß man durch Ausfüllung des Modells mit den entsprechenden Farben tatsächlich a l l e Farben finden wird, die es innerhalb seiner Grenzen überhaupt gibt. Es gewährt auch dem Erfahrenen eine immer neue Überraschung und Genugtuung, wenn er sich überzeugt, wie auch die sonderbarsten und eigensinnigsten Mischungen ohne jede Ausnahme Farben ergeben, die er in seinem Farbkörper oder Farbenatlas entweder unmittelbar vorfindet, oder zweifellos zwischen zwei Nachbarn einschalten kann. Denn da die Farben nach allen Seiten eine stetige Gruppe bilden, so kann man in Gestalt von konkreten Aufstrichen nur eine begrenzte Anzahl von Punkten dieser Gruppe verwirklichen, die zwar einander um so näher kommen, je zahlreicher man sie ausführt, die vollständige Stetigkeit aber nicht verwirklichen.

Ein weiterer Wert liegt in dem allgemeinen Gewinn, den das Verfahren der Zuordnung in jedem Falle bringt. Das allgemeinste Mittel aller menschlichen Kultur, die S p r a c h e, wird in ihrem Wesen nur erfaßt, wenn man sie als eine Zuordnung von Zeichen

(Laut- und Bildzeichen) zu den Dingen und Gedanken begreift. Durch diese Zuordnung bewirkt u. a. das vorliegende Buch, daß die Gedanken, durch welche der Verfasser sich in dem schwierigen Gebiete der Farbenlehre zurechtzufinden bemüht hat, jedem Leser für den gleichen Zweck zur Verfügung gestellt werden, nachdem der Verfasser den gleichen Dienst seitens der zum Teil längst verstorbenen Forscher durch das gleiche Mittel der Sprache erfahren hat. Nur das Verfahren der Zuordnung ermöglicht somit das Bestehen und Wachsen einer weit über die Betätigung des einzelnen hinausgehenden Wissenschaft, „des Menschen allerhöchste Kraft".

Im einzelnen beruht alles Abbilden, Konstruieren, Rechnen, kurz das ganze geistige Handwerkszeug des theoretischen Forschers wie praktischen Arbeiters auf dem gleichen Verfahren der Zuordnung. Der Architekt kann nicht wirkliche Steine und Balken bald in dieser, bald in jener Ordnung aufbauen, um zu versuchen, in welcher Gestalt er seinen Bauzweck am besten verwirklicht. Wohl aber kann er mit dem Bleistift auf Papier Linien ziehen, die den Balken und Steinen so zugeordnet sind, daß er ihnen die entstehenden Wirkungen entnehmen kann. Und ist der Entwurf derart als eine dem künftigen Gebäude zugeordnete Zeichnung fertiggestellt, so können die ausführenden Maurer und Zimmerer dieser genau entnehmen, wie sie jedes Stück ihrer Arbeit auszuführen haben, damit das geplante Gebäude entsteht.

Noch entfernter, aber noch wirksamer ist die Zuordnung bei den zahlreichen Rechnungen und Konstruktionen, die mit der Planung verbunden sind. Sie ermöglicht, die Zahl der Ziegel und anderer Werkstücke vorauszusagen, die zum Bau verbraucht werden, sie gestattet, die Abmessungen von vornherein so zu wählen, daß die geforderte Tragfähigkeit erreicht wird, sie tritt mit einem Wort überall ein, wo die Arbeit über die primitive Stufe des ersten Probierens emporgehoben werden soll.

Gefahren der Zuordnung. In der Geschichte der Farbenlehre kann man als immer wiederkehrende Ursache trostloser Energievergeudung die Bemühung erkennen, die Farben als analog den musikalischen Tönen aufzufassen und die bei diesen bekannten Gesetze der Harmonie auf die Farben zu übertragen. Es handelt sich

also um einen unverkennbaren Fall der Zuordnung oder Abbildung der Farben auf die Töne, eines zu Erforschenden auf ein Wohlbekanntes. Warum hat das gepriesene Verfahren der Zuordnung denn nicht auch hier zum Ziel geführt?

Die Antwort ist: weil Gegenstand und Bild ganz verschiedenen Ordnungsklassen angehören. Die Töne bilden eine ungeschlossene, einfaltige Reihe mit ziemlich unbestimmten Enden, die durch eine natürliche Periode (die Oktaven) in ähnliche aber nicht gleiche Abschnitte geteilt wird. Innerhalb dieser Abschnitte finden sich einzelne Punkte, die durch Wohlklang beim gleichzeitigen Ertönen gekennzeichnet sind, und die einfachen Verhältnissen der Schwingungszahlen entsprechen. Bereits kleine Abweichungen von diesen Werten bewirken Mißklang. Von all diesen Eigenschaften ist im Farbenkreise nichts wiederzufinden; eine Abbildung der einen Gruppe auf die andere ist ganz willkürlich und daher erfolglos.

Die Gefahr, der jene zahlreichen Forscher verfallen waren, liegt also in der sinnwidrigen Anwendung der Zuordnung. Daß eine solche nicht vermieden wurde, liegt aber weiter daran, daß eine eingehende Analyse und wissenschaftliche Darstellung des Verfahrens der Zuordnung jenen Forschern nicht bekannt war und von ihnen nicht versucht wurde. Und wenn auch inzwischen zahlreiche Beispiele in vielen Wissenschaften für die richtige und fruchtbare Anwendung des Verfahrens nachgewiesen werden können, so hat es doch bisher, soviel dem Verfasser bekannt, an einer grundsätzlichen Herausarbeitung und Darstellung der Methode als solcher gefehlt. Jedenfalls hat er selbst sie erst durch beständige Anwendung, Prüfung und Verallgemeinerung an der Einzelaufgabe der Farbenlehre bis zu dem Punkt entwickelt, wie sie hier dargelegt worden ist.

Sechstes Kapitel

Messungen

Vorbemerkung. Für die Darstellung der gesamten Farbenmannigfaltigkeit im Farbenkörper war die Voraussetzung gemacht worden, daß die maßgebenden Veränderlichen, nämlich Farbton, Weiß und Schwarz meßbar seien. Die Aufgabe einer systematischen Ordnung der Farbengruppe kann erledigt werden, ohne daß diese Voraussetzung tatsächlich zutrifft, auf die bloße Annahme hin, daß die Meßbarkeit irgendwann in Zukunft erreicht werden wird; nur wird man sich nicht ohne besondere Gründe die Mühe nehmen wollen, Arbeit an eine Sache zu wenden, deren Erfolg von unsicheren künftigen Ereignissen abhängt. Solche besondere Gründe können aber darin gesehen werden, daß die Durchführung jener Ordnung Hinweise liefern könnte, wie die Meßbarkeit tatsächlich zu erreichen wäre.

Tatsächlich hat eine derartige Wechselwirkung die Auffindung der Meßmethoden in der Farbenlehre erleichtert und befördert. Allerdings hat die Gedankenentwicklung nicht immer den geradlinigen Weg genommen, der im Interesse der methodischen Darstellung nachfolgend eingeschlagen werden wird. Wohl aber haben die Versuche, auf Grund der älteren Annahmen über die Farbenvariablen (Farbton, Reinheit, Helligkeit) einen rationellen Farbenkörper aufzubauen, deren Unzweckmäßigkeit, ja Unzulänglichkeit erwiesen und in beständigem Wechsel der mathetischen Fragen mit experimentellen Vorstößen ist die gegenwärtig erreichte Systematik entstanden.

Da demgemäß die Meßmethoden der Farbenlehre von mathetischer Seite her stark beeinflußt worden sind, ist eine Darstellung dieser Gedanken geboten.

Abgrenzung des Gebietes. Zur genauen Kennzeichnung des der Messung zu unterwerfenden Gebietes sind einige begriffliche Bestimmungen erforderlich, durch welche der Umfang der durch den

Farbenkörper darzustellenden Erscheinungen genauer abgegrenzt und so der erschöpfenden Darstellung zugänglich gemacht wird. Im Farbenkörper sind nämlich ausschließlich jene Farben unterzubringen, welche gewöhnlich Körperfarben genannt werden. Sie kommen dadurch zustande, daß die Oberflächen der Gegenstände von dem allgemeinen Licht (Sonnenlicht, Tageslicht, künstliches Licht), das auf sie fällt, gewisse Anteile zerstreuen und zurücksenden. Hierdurch werden sie uns sichtbar, und die Verschiedenheiten, die sie hierbei betätigen, dienen uns allgemein dazu, sie zu erkennen. Es handelt sich also um den bei weitem häufigsten und demgemäß praktisch bei weitem wichtigsten Fall. Ausgeschlossen sind durch die Definition die Farben des Lichtes, das von selbstleuchtenden Gebilden ausgeht, sei es, daß dieses unmittelbar das Auge trifft, oder daß es durch den Vorgang der Spiegelung eine Ablenkung erfahren hat.

Diese Abgrenzung soll natürlich nicht aussagen, daß die Farbenlehre sich nicht mit den letztgenannten Erscheinungen des Leuchtens und des Glanzes zu beschäftigen habe; diese bilden vielmehr ebenso ein Forschungsgebiet derselben, wie das der Körperfarben. Zurzeit ist aber eben nur die Gruppe der Körperfarben wissenschaftlich so weit erforscht worden, daß eine zusammenfassende und quantitative Darstellung möglich ist, während die Farben selbstleuchtender Gebilde einer solchen Bearbeitung noch harren. Die Grundlagen für eine solche Arbeit liegen übrigens bereit.

Die Reihe Schwarz, Grau, Weiß. Durch die eben dargelegte Einschränkung des Farbenproblems auf die Körperfarben werden die Endpunkte der Schwarz-Weiß-Linie, deren begriffliche Bestimmung bisher auf mancherlei Schwierigkeiten gestoßen war, eindeutig definiert. Schwarz heißt eine Fläche, welche von dem auffallenden Licht nichts zurückwirft, weiß eine, welche alles unter gleichförmiger Zerstreuung zurückwirft. Hierbei gestatten wir uns die sprachliche Abkürzung, daß wir die Namen der Empfindungen, welche derartige Oberflächen beim Betrachten bewirken, auf die Flächen selbst übertragen.

Grau heißt demgemäß eine Fläche, welche nur einen Teil des auffallenden Lichts zurückwirft. Und zwar muß die Verminderung

alle Arten Licht gleichförmig treffen, aus denen das auffallende Gesamtlicht besteht. Werden gewisse Lichtarten vor den anderen bevorzugt, so sieht die Fläche b u n t aus.

Hieraus ergibt sich alsbald das Maß für die verschiedenen Arten Grau. Sie bilden (S. 21) eine einfaltige Reihe, deren Glieder sich durch ihre Helligkeit unterscheiden. Die Helligkeit aber definieren wir als den Bruchteil des auffallenden Lichtes, den die Fläche zurückwirft. Dann hat eine weiße Fläche die Helligkeit Eins, eine schwarze die Helligkeit Null. Schreiben wir diese Beträge als Dezimalbrüche mit zwei Stellen (die fast immer ausreichend sind), so kommen in der Reihe alle Zahlenwerte von 0,00 bis 1.00 vor: Ein Grau, das $^1/_4$ des Lichtes zurückwirft, erhält die Maßzahl 0.25, wirft es $^2/_3$ zurück, so ist seine Maßzahl 0.67, wo der endlose Dezimalbruch 0.6666 . . mit 0.67 auf zwei Stellen abgerundet ist.

Man kann zur Abkürzung den stets gleichen Anfang aller Grauzahlen 0. fortlassen; dann sind die Maßzahlen jener beiden grauen Farben 25 und 67. Man darf dann aber nicht bei Werten unter 0.10 die Null hinter dem Komma fortlassen; 0.07 muß 07 geschrieben werden und nicht 7, da es alsdann mit 0.7 verwechselt werden könnte.

Die Ausführung einer Graumessung kommt daher auf ein einfaches photometrisches Experiment heraus und kann mit irgendeinem Photometer, deren es eine ganze Anzahl gibt, bewerkstelligt werden. Nun vermag das Auge keine Helligkeitsverhältnisse zu messen, sondern nur eine eintretende Gleichheit zweier Helligkeiten festzustellen. Deshalb sind alle Photometer so gebaut, daß sie diese Gleichheit durch eine stetige Änderung herzustellen gestatten, indem die Beleuchtung einer Vergleichsfläche (am einfachsten einer rein weißen) so lange meßbar vermindert wird, bis sie eben so hell aussieht, wie die zu messende graue Fläche. Stelle ich fest, daß ich die Beleuchtung der weißen Fläche auf $^1/_5$ vermindern muß, um sie der vorgelegten grauen gleichzumachen, so habe ich damit die Helligkeit der grauen Fläche gleich 20 gefunden.

Es ist besonders zu betonen, daß dieses Maß des Grau ein o b j e k t i v e s oder energetisches ist. Es wird also durch diese Zahlenangabe nur etwas Quantitatives über die Ursache der Grauempfindung ausgesagt, welche in der betrachteten Fläche liegt, nicht aber etwas über die Stärke der Empfindung, welche im Beschauer zustande

kommt. Die Untersuchung dieser Verhältnisse ist eine Aufgabe der psychologischen Farbenlehre.

Die dunkelklaren Reihen. Eine dunkelklare Reihe unterscheidet sich von der grauen grundsätzlich nur dadurch, daß an die Stelle des Weiß eine reine Farbe tritt. Demgemäß sind die Endpunkte der Reihe durch Flächen gekennzeichnet, welche die reine Farbe entweder vollständig oder gar nicht zurückwerfen; die Zwischenglieder werfen einen Bruchteil der reinen Farbe zurück und werden wie die grauen Zwischenglieder durch den Betrag dieses Bruchteils gemessen. Auch hier kann man dieselbe Abkürzung eintreten lassen, daß man unter Fortlassung der 0. nur die beiden Dezimalstellen schreibt,

Nur in einem wesentlichen Punkte besteht ein Gegensatz. Aus Gründen, die erst später dargelegt werden können, ist es zweckmäßiger, in der Kennzahl der Farben nicht den Anteil reiner Farbe, sondern den Anteil Schwarz zum Ausdruck zu bringen. Eine dunkelklare Farbe 15 ist somit nicht ein Gemisch mit 0.15 reiner Farbe und 0.85 Schwarz, sondern besteht umgekehrt aus 0.15 Schwarz und 0.85 reiner Farbe. Demgemäß ist hier die reine Farbe selbst mit 00 und das reine Schwarz mit 100 zu bezeichnen.

Was die Ausführung der Messung anlangt, so kommt sie grundsätzlich auf dasselbe photometrische Verfahren heraus, das gelegentlich der Graureihe gekennzeichnet wurde. Nur hat die Messung nicht im weißen Licht zu erfolgen, sondern in einem Licht von derselben Farbe, wie das zu messende Objekt. Ist dieses z. B. rot, so wird es das auffallende rote Licht vollständig zurückwerfen, wenn es rein rot ist, denn dies ist die Definition der reinen Farbe. Es wird also im roten Licht ebenso hell aussehen, wie eine normalweiße Fläche, die ja alles Licht, also auch das rote, vollständig zurückwirft. Enthält die Farbe dagegen neben Rot einen Bruchteil Schwarz, so muß man die rote Beleuchtung des Normalweiß vermindern, um beide Flächen gleich aussehend zu machen, und der verhältnismäßige Betrag dieser Verminderung ist gleich dem Anteil Schwarz in der zu untersuchenden dunkelklaren Farbe.

Die hellklaren Reihen. Auch die hellklaren Reihen sind der Graureihe vergleichbar. Nur tauscht die reine Farbe ihre Rolle; sie tritt

nicht wie bei den dunkelklaren an die Stelle des Weiß, sondern an die des Schwarz. Denn eine hellklare Farbe ist nach der Definition ein Gemisch aus Weiß und reiner Farbe.

Da es für die allgemeine Farbenrechnung in erster Linie auf die Kenntnis des Weißgehaltes ankommt, so ist dieser in der Maßzahl der hellklaren Farben zum Ausdruck zu bringen. Diese entsprechen also in solcher Beziehung durchaus den grauen Farben und weisen nicht den Gegensatz auf, der bei den dunkelklaren Farben zur Geltung kam. Eine hellklare Farbe 27 enthält demnach 0.27 Weiß (ebenso wie ein Grau 27) und daneben 0.73 reine Farbe. Es wird also in beiden Fällen, bei den hellklaren wie den dunkelklaren Farben in der Maßzahl der Anteil der Farbe zum Ausdruck gebracht, der nicht reine Farbe ist.

Die Messung einer hellklaren Farbe beruht auf der Umkehrung des Verfahrens bei dunkelklaren. Da es auf die Kenntnis des weißen Anteils ankommt, so muß der bunte zurückgehalten oder in seiner Wirkung dem Schwarz gleichgemacht werden, damit der weiße allein zur Geltung kommt. Dies geschieht, indem man die photometrische Messung in einem Licht von der Gegenfarbe der untersuchten Körperfarbe ausführt. Von ihrer Gegenfarbe kann eine reinfarbige Fläche nichts zurückwerfen, denn sie verdankt ihre Eigenfarbe gerade dem Umstande, daß sie diese zurückwirft, die Gegenfarbe aber verschluckt. Im Lichte der Gegenfarbe wird demnach eine hellklare Farbe, die neben reiner Farbe Weiß enthält, so hell aussehen, wie ein Grau mit demselben Weißgehalt. Denn ihr Weißgehalt wirft alle Farben, also auch die Gegenfarbe vollständig, zurück.

Die trüben Farben. Es bleibt noch die allgemeine Aufgabe zu behandeln übrig, die Maßzahlen einer trüben Farbe zu bestimmen. Da eine solche durch zwei unabhängige Größen gekennzeichnet ist, als welche wir den Weiß- und den Schwarzgehalt gewählt haben, so sind zwei Messungen erforderlich, um die Art und den Betrag der Trübung zu ermitteln.

Diese Messungen beruhen auf derselben Grundlage, wie die der hell- und dunkelklaren Farben. Untersucht man zunächst die Körperfarbe im gleichfarbigen Licht, so setzt sich die gemessene Helligkeit aus zwei Teilen zusammen, nämlich dem vom gleichfarbigen

und dem vom weißen Anteil zurückgeworfenen Licht. Was an der Einheit fehlt, ist nach der allgemeinen Farbengleichung $r + w + s = 1$ der schwarze Anteil. Ist also h_1 die gemessene Helligkeit, so ist $h = r + w$ und daher ist $s = 1 - h_1$. Damit ist das Schwarz bestimmt.

Untersucht man zweitens die Körperfarbe im gegenfarbigen Licht, so wirkt in diesem der Anteil reiner Farbe wie Schwarz und die gemessene Helligkeit h_2 rührt ausschließlich vom weißen Anteil her. Es ist somit $w = h_2$.

Aus beiden Gleichungen $s = 1 - h_1$, und $w = h_2$ folgt mittels der Farbengleichung $r = h_1 - h_2$, womit die drei Bestandteile jeder trüben Farbe in den unmittelbar gemessenen Werten h_1 und h_2 ausgedrückt sind. Für die Kennzahl benutzt man (S. 57) nur die Werte w und s, aus denen r jederzeit berechnet werden kann.

Es sei in Erinnerung gebracht, daß in der Kennzahl der Weißgehalt an zweiter, und der Schwarzgehalt an dritter Stelle angegeben wird.

Teilung der Farbenkreises. Es bleibt noch übrig, methodisch die Grundsätze für die zahlenmäßige Einteilung des Farbenkreises darzulegen, um die quantitative Theorie des Farbenkörpers abzuschließen. Auch hier handelt es sich um einen Fortschritt, auf den die Wissenschaft bis jetzt hat warten müssen, wenn auch wertvolle Vorarbeiten für diesen entscheidenden Schritt schon seit längerer Zeit vorlagen. Es hat der Mangel an einer wohlgeordneten Mathetik als Wissenschaft auch bei diesem Problem große praktische Nachteile zur Folge gehabt.

Die Erscheinung, auf welche die Teilung des Farbenkreises begründet werden kann, ist die Farbenmischung. Hier besteht das allgemeine Gesetz, daß bei der Mischung von zwei beliebigen Farben stets eine neue Farbe entsteht, deren Farbton zwischen denen der Bestandteile liegt. Der Begriff „zwischen" ist streng in dem oben (S. 25) definierten Sinne zu nehmen; unter Mischung ist ausschließlich die optische der betreffenden farbigen Lichter, nicht die mechanische der Farbstoffe zu verstehen.

Stellt man nun das Postulat auf, daß der Farbton, welcher bei der Mischung zweier Farben in gleichen Mengen entsteht, zwischen den Farbtönen der beiden Bestandteile in die Mitte zu setzen ist, so ist

damit die Aufgabe der eindeutigen und quantitativen Einteilung des Farbenkreises gelöst.

Die Benutzung des Satzes zur Einteilung des Farbenkreises gestaltet sich wie folgt. Es werde zunächst ein vollständiger Farbenkreis hergestellt, dessen einzelne Glieder voneinander nicht mehr abstehen, als die Unterschiedsschwelle beträgt. Dies läßt sich immer ausführen, da man jeden vorhandenen Sprung in einem beliebigen Farbenkreise, von dem man ausgeht, durch Einschalten einer Zwischenfarbe verkleinern und schließlich zum Verschwinden bringen kann. Dann wählt man willkürlich zwei Farben a und b, die nicht zu weit voneinander abstehen und deren Reinheiten man kennt. Zu diesen wird eine dritte Farbe c, die über b hinausliegt, so aufgesucht, daß sie mit a in äquivalenten Mengen (so daß die Produkte $m_1 r_1$ und $m_2 r_2$ gleich sind) gemischt genau den Farbton von b gibt. Dies ist immer möglich, denn da man mit c in Schritten unterhalb der Schwelle, also stetig vorrücken kann, so schreitet auch die Mischfarbe stetig vor.

Hat man c gefunden, so sucht man eine Farbe d, welche mit b vermischt c ergibt, und so fort. Hierdurch findet man lauter Farben $a, b, c, d, e \ldots$, welche um gleich viel im Farbenkreise abstehen. Man geht damit weiter, bis man auf den Punkt a nicht nur zurückgelangt ist, sondern ihn eben überschritten hat. Die beiden letzten Farben, zwischen denen a liegt, seien y und z. Dann mischt man y und z in äquivalenten Mengen und sieht nach, ob der entstandene Farbton z_1 mit a stimmt oder nicht. Wir nehmen an, daß es nicht der Fall ist. Dann liegt a entweder zwischen y und z, oder zwischen z_1 und z. Je nachdem das eine oder andere vorliegt, halbiert man die entsprechende Hälfte, findet die Mitte z_2 zwischen beiden und vergleicht die Farbe mit a. So fährt man fort, bis man eine mittlere Farbe gefunden hat, die mit a übereinstimmt. Daraus ergibt sich, welcher Bruchteil des konstanten Abstandes $a - b$ zwischen y und a liegt. Sei x dieser Bruchteil, und seien n ganze Abstände zwischen a und d abgetragen, so ist der Wert eines solchen Abstandes gleich $\frac{100}{n+x}$, woraus die Bezifferung der Punkte a, b, c usw. durch Summierung dieser Werte folgt.

Hierdurch ist eine endliche Anzahl von Punkten im Farbenkreise festgelegt, die zunächst noch keine einfachen Bruchteile des ganzen

Kreises darstellen, da ja der erste Abstand $a - b$ willkürlich gewählt war. Man kann dann aber nach dem eben beschriebenen Verfahren für die Auswertung des Abstandes $y - a$, oder nach einem anderen Interpolationsverfahren die Farbtöne bestimmen, welche jedem ganzen Hundertstel des Farbenkreises zukommen. Auf solche Weise stellt man eine Mutterteilung her, von der man hernach andere Farbenkreise kopieren kann, ohne das Teilungsverfahren wiederholen zu müssen.

Das Verfahren hat eine vollständige Ähnlichkeit mit der Herstellung der Mutterteilung einer Kreisteilmaschine. Ebenso wie es hier verschiedene Wege gibt, die zum Ziel führen, kann man auch das Teilungsverfahren am Farbenkreise abändern. Jedesmal muß aber das Mischungspostulat benutzt werden, um einen Teil des Kreises auf den anderen beziehen zu können, ebenso wie man das Postulat von der Unveränderlichkeit der Entfernung zweier Punkte an einem starren Körper bei dessen Bewegung für jede Methode der Kreis- oder Winkelteilung benutzen muß.

Siebentes Kapitel

Die Mischung der Farben

Vorbemerkung. Vom Begriff der Mischung war bereits Gebrauch gemacht worden, um die Möglichkeit einer theoretisch eindeutigen und willkürfreien Teilung des Farbenkreises aufzuweisen. Weitere Folgerungen wurden aber hierauf nicht begründet; es handelte sich nur um die Herstellung einer endgültigen Ordnung der Farbtöne.

Neben dieser Anwendung bestehen aber noch wichtige Beziehungen anderer Art, die mit dem Begriff der Mischung zusammenhängen. Insbesondere beruht auf ihm die Möglichkeit, alle Farbtöne des Farbenkreises experimentell aus dreien von ihnen herzustellen und dergestalt dessen qualitativ unbegrenzte Mannigfaltigkeit auf quantitative Beziehungen zwischen drei Elementen zurückzuführen. Diese Verhältnisse gehören zu den mathetischen Grundlagen der Farbenlehre und beanspruchen deshalb eine besondere Darstellung.

Begriff und Grundgesetze. Unter Mischung versteht man jedes Verfahren, durch welches zwei oder mehr Farbenursachen gleichzeitig zur Empfindung gebracht werden. Das Ergebnis ist immer eine einzige Farbe, und es entsteht daher die allgemeine Aufgabe, die Beschaffenheit einer Mischfarbe festzustellen, wenn die der Teilfarben, d. h. der durch die Ursachen einzeln hervorgerufenen Farben gegeben ist.

Für alle Mischungen gilt folgendes Gesetz: Durch Mischung zweier Farben entsteht immer eine Farbe, welche zwischen den Teilfarben liegt. Hierbei besteht über den Begriff „zwischen" kein Zweifel, wenn es sich um unbunte Farben handelt. Für bunte Farbe ist der Begriff oben (S. 25) dahin erläutert worden, daß er sich auf den kürzeren der beiden Abstände bezieht, welche zwischen je zwei Farbentönen bestehen.

Ferner gilt das Gesetz, daß bei mehr als zwei Teilfarben die Mischfarbe gefunden wird, wenn man zunächst zu zwei Teilfarben die Mischfarbe bestimmt, dann diese mit der dritten mischt und so fortfährt, bis alle Farben gemischt sind. Dies läßt sich stets in verschiedener Reihenfolge ausführen. Doch gilt weiter der Satz, daß die Reihenfolge keinen Einfluß auf das Ergebnis hat; es wird also bei jeder beliebigen Anordnung aus gegebenen Teilfarben die gleiche Mischfarbe erhalten.

Endlich ist das Gesetz auszusprechen, daß die Mischfarbe vom Mengenverhältnis der Teilfarben abhängt, und zwar in solcher Weise, daß sie stetig von der einen Teilfarbe zur anderen übergeht, wenn man das Mischungsverhältnis (in irgendwelchen Einheiten gemessen) stetig zwischen seinen äußersten Grenzen ändert.

Additive und subtraktive Mischung. Man unterscheidet häufig additive und subtraktive Mischung. Der wissenschaftliche Begriff der Mischung wird besser auf die additive Mischung beschränkt, wie das auch in der oben gegebenen Definition zum Ausdruck gekommen ist.

Von subtraktiver Mischung spricht man in dem Falle, daß man ein gegebenes Licht einer Behandlung unterzieht, durch welche ein Teil der vorhandenen Strahlen entfernt wird. Dies geschieht fast ausschließlich durch teilweise Schluckung (selektive Absorption), also durch einen physikalischen Vorgang, der noch keine Farbe ist, sondern erst Farbe wird. Wenn man z. B. weißes Licht zuerst durch ein gelbes und dann durch ein blaugrünes Glas treten läßt, so bezeichnet man das entstehende Gelbgrün, das dunkler ist, als die von den einzelnen Gläsern erzeugten Farben, als eine auf subtraktivem Wege entstandene Mischfarbe. Denn von dem Licht, das nach teilweiser Schluckung durch das erste Glas gegangen ist, wird durch das zweite ein weiterer Teil verschluckt, also etwas subtrahiert. Wirft man dagegen, mittels zweier optischer Laternen Licht durch je ein Glas auf dieselbe Stelle des weißen Schirmes, oder läßt es gleichzeitig von einem Auge aufgenommen werden, so liegt additive Mischung vor. Denn hier wird die eine Art Licht der anderen zugefügt.

Bei der Mischung von Pigmenten, wie sie der Maler im weitesten Umfange ausübt, kommen beide Arten der Farbenmischung zur Wir-

kung, doch pflegt die subtraktive stark zu überwiegen. Da der Name Mischung von diesem Falle hergenommen ist, so lag die Übertragung der hier gemachten Erfahrungen auf den psychologischen Mischungsbegriff nahe.

Während aber für die additive Mischung das allgemeine Gesetz gilt: Gleiche Teilfarben nach gleichem Verhältnis gemischt geben gleiche Mischfarben, besteht ein gleiches Gesetz für die subtraktive Mischung nicht. Hier kann man Fälle herstellen, in denen gleiche Teilfarben verschiedene Mischfarben geben. Unter gleichen Teilfarben sind in beiden Fällen Farben zu verstehen, die man durch das Auge nicht unterscheiden kann. Chemische und physikalische Gleichheit wird durch solche psychologische Gleichheit natürlich nicht bedingt. Vielmehr kann Licht, welches die gleiche Farbe bewirkt, sowohl aus verschiedenen Strahlenarten bestehen, wie durch verschiedene Stoffe bedingt sein.

Aus diesem Grunde wird weiterhin nur von additiver Mischung die Rede sein.

Summierende und anteilige Mischung. Unter einer summierenden Mischung wird ein Vorgang verstanden, durch welchen zwei oder mehr Lichter gleichzeitig die Farbenempfindung hervorrufen, ohne daß das eine das andere beschränkt. Eine solche tritt z. B. in dem oben erwähnten Falle der zwei optischen Laternen ein, die ihr Licht auf dieselbe Stelle des Schirms werfen. Sind a und b die beiden Lichtmengen, so drückt die Summe $a+b$ ihre Mischung und $\frac{a}{b}$ ihr Mischverhältnis aus.

Anteilige Mischung tritt dagegen ein, wenn die beiden Lichter sich gegenseitig so beschränken, daß eines nur auf Kosten des anderen zur Wirkung kommt und umgekehrt. Wenn wir z. B. an einer einzigen Laterne das Licht so führen, daß ein beliebig veränderlicher Teil durch das eine Glas geht, der Rest durch das andere, und beide Lichtmengen auf dieselbe Stelle des Schirms fallen, so haben wir eine anteilige Mischung. Sind wieder a und b die Lichtmengen, so ist nach der Voraussetzung $a+b$ konstant; $\frac{a}{a+b}$ ist der Anteil des einen, und $\frac{b}{a+b}$ der des anderen Bestandteils der Mischung.

Anteilige Mischung tritt bei den meisten Vorrichtungen zur Herstellung von Mischfarben aus den Farben von Aufstrichen und anderen Gegenständen ein.

Mischung unbunter Farben. Graue Farben werden durch den Bruchteil des weißen Lichts gemessen, den die grauen Flächen zurückwerfen. Sind a und b diese Rückwerfungsverhältnisse oder „Weißen" bei zwei grauen Farben, und wirken diese in den Mengen x und y gleichzeitig, so entspricht die summierende Mischung einem Grau mit der Weiße $m = xa + yb$.

Handelt es sich dagegen um den weit häufigeren Fall der anteiligen Mischung, so ist $x+y=1$ und das Mischgrau m demnach $m = xa+(1-x)b$. Dies ergibt folgende Veranschaulichung, Fig. 18.

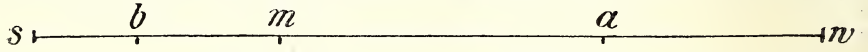

Fig. 18.

Die Gerade sw stellt die Reihe der grauen Farben nach ihrer Weiße geordnet dar; bei s = Schwarz ist die Weiße = 0, bei w = weiß ist sie = 1. Nun seien zwei graue Farben mit den Weißen a und b gegeben, die in dem Verhältnis $x : (1-x)$ vermischt werden sollen; es wird nach dem Ort m des entstehenden Mischgrau gefragt.

Aus der Gleichung für dieses, $m = a\,x + b\,(1-x)$ folgt $x = \dfrac{m-b}{a-b}$

Wenn wir für a, b und m ihre Strecken sa, sb und sm einsetzen, so ist $m-b = bm$ und $a-b = ba$ und $x = \dfrac{bm}{ba}$. Daraus folgt $1-x = \dfrac{ba-bm}{ba} = \dfrac{ma}{ba}$ und $\dfrac{x}{1-x} = \dfrac{bm}{ma}$.

Es verhalten sich also die Entfernungen bm und ma, durch welche die Lage von m bestimmt ist, umgekehrt wie die Mengen x und $1-x$ der Teilfarben a und b. Schreibt man die letzte Gleichung in der Gestalt $x \cdot ma = (1-x)\,bm$, so lautet sie, daß die Produkte aus den Mengen der Teilfarben mit den anliegenden Stücken ma und bm der Strecke ab einander gleich sind.

Bekanntlich besteht ein gleiches Gesetz für das Gleichgewicht zweier Kräfte an einem Hebel. Betrachtet man x und $1-x$ als Ge-

wichte, die am Hebel ba wirken, so liegt die Mischfarbe in dem Punkt m, um den der Hebel im Gleichgewicht ist oder in dem gemeinsamen Schwerpunkt beider Gewichte. Ihre Summe beträgt 1, ist also auch der Menge des Mischgrau gleich. Das Mischgrau m wird also nach Lage und Größe ebenso gefunden, wie der gemeinsame Schwerpunkt der den Anteilen proportionalen Gewichte.

Da diese Betrachtungen stufenweise auf beliebig viele Anteile ausgedehnt werden können, so gilt die gefundene Beziehung nicht nur für Mischungen aus zwei, sondern aus beliebig vielen grauen Farben.

Auch sei schon hier erwähnt, daß das gleiche Gesetz auf Farben aller Art, insbesondere auch bunte ausgedehnt werden kann, wie alsbald gezeigt werden wird.

Mischung bunter Farben. Einfachste Fälle. Es werden zunächst die einfachsten Fälle der Mischung hellklarer und dunkelklarer Farben betrachtet. Diese stellen sich als Summen aus reiner Farbe und Weiß, bzw. Schwarz dar. Bei der Mischung zweier Farben gleichen Farbtons mit verschiedenem Weiß- bzw. Schwarzgehalt bleibt der Farbton unverändert und es verschiebt sich nur das Verhältnis $r : w$, bzw. $r : s$, wo r den Anteil an reiner Farbe, w und s den an Weiß oder Schwarz bezeichnet.

Die Rechnung verläuft ganz wie bei den grauen Farben und man kann dem einen oder anderen der beiden Bestandteile die Rolle des Weiß in den grauen Farben spielen lassen. Haben wir beispielsweise zwei hellklare Farben, deren reiner Anteil durch a und b dargestellt wird, im Verhältnis $x : (1 - x)$ gemischt, so enthält die Mischfarbe einen Anteil unreiner Farbe, der durch die Gleichung $m = xa + (1 - x)\, b$ gegeben ist. Die Gleichung hat genau die Form der für Grau geltenden und gestattet somit, alle dort gezogenen Schlüsse auf diese neuen Fälle anzuwenden.

Auch erkennt man, daß die gleiche Betrachtungsweise auf alle Fälle anwendbar ist, in denen die Teilfarben aus je zwei Anteilen bestehen, die sich zu Eins ergänzen, deren Beschaffenheit also durch einen einzigen Zahlenwert erschöpfend festgestellt wird. So wird man in der gleichen Weise auch den Fall behandeln können, daß die Teilfarben aus verschiedenen Anteilen einer gleichen reinen Farbe und eines beliebigen, aber beiderseits gleichen Grau zusammengesetzt sind.

Verschiedene Farbtöne. Eine ganz andere Aufgabe tritt uns entgegen, wenn es sich um die Mischung von Farben verschiedenen Farbtones handelt. Denn eine Summe zweier verschiedener Farbtöne ist unvorstellbar und das Wort muß erst mit einem begrifflichen Inhalt versehen werden. Dies geschieht folgendermaßen.

Wir betrachten zunächst den einfachsten Fall reiner Farben, deren Farbtöne wir mit den Zahlen 00 bis 99 gemäß dem hundertteiligen Farbenkreise (S. 50) bezeichnen. Dann besteht nach der Definition die Beziehung, daß durch Vermischung zweier Farbtöne mit den Nummern a und b in gleichen Mengen ein Farbton m entsteht, der in der Mitte zwischen a und b liegt, also die Nummer $\frac{a+b}{2}$ hat. Behandeln wir diese Nummern wie Größen, so können wir sagen, daß sich in diesem einfachsten Falle die Farben nach der Größe ihrer Nummern mischen. Denn gleiche Teile von a und b geben bei anteiliger Mischung für x und $1-x$ je $\frac{1}{2}$; die vielbenutzte Gleichung $m = xa + (1-x)\,b$ wird dadurch $m = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b = \frac{a+b}{2}$, übereinstimmend mit dem unmittelbar aus der Definition abgeleiteten Ergebnis. Doch sei ausdrücklich betont, daß es sich hier nur um den Farbton der Mischfarbe handelt, und daß die Regel nur für gleiche Teile gilt.

Die Gegenfarben. Zunächst führt das eben ausgesprochene Farbenmischungsgesetz zu folgendem Widerspruch, der eine Lösung verlangt. Die Mischfarbe aus a und einer zweiten Farbe bleibt bei äquivalenter Mischung immer um die Hälfte des Weges zurück, um den man bei festgehaltenem a die zweite Farbe fortschreiten läßt. So muß, wenn die zweite Farbe nach c gelangt ist, die Mischfarbe b entstehen (Fig. 19).

Wendet man die gleiche Betrachtung an, indem man die zweite Farbe von a über d nach c wandern läßt, so muß die Mischfarbe von a und c gleich d sein.

Es sollen also die beiden gleichen Mischungen aus a und c sowohl die Farbe b wie d geben, die doch soweit wie möglich verschieden sind. Ist z. B. a gelb und c demnach Kornblau, so sollen sie beide sowohl zu rot (b) wie zu blaugrün (d) mischen. Das ist offenbar unmöglich.

Die Lösung des Widerspruches liegt in folgendem. Wenn *a* mit einer anderen Farbe gemischt wird, so entsteht eine Mischfarbe, deren Farbton allerdings durch das Mischungsgesetz bestimmt ist, deren Reinheit aber um so geringer wird, je weiter beide Farbtöne abstehen. In dem Maße, wie sich die zweite Farbe dem Punkt *c* nähert, nähert sich die Reinheit der Mischfarbe der Null, d. h. sie wird immer grauer. Wenn der Punkt *c* erreicht ist, so ist auch die Reinheit Null geworden; die Mischfarbe hat überhaupt keinen Farbton mehr und ist rein grau. Nachdem der letzte eben noch merkliche Farbton *b*

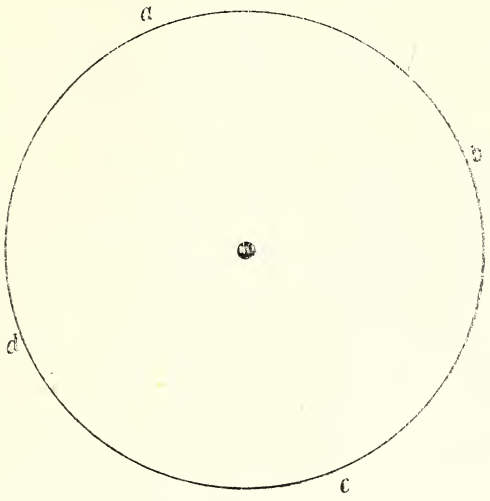

Fig. 19.

gewesen war, beginnt, wenn man mit der zweiten Farbe über *c* hinaus geht, bald wieder die Reinheit der Mischfarbe einen endlichen, wenn auch kleinen Wert anzunehmen; der entsprechende Farbton liegt aber bei *d*. Während also die zweite Farbe stetig den Kreis durchwandert, geht die Mischfarbe mit halbem Schritt hinterdrein, während sie immer grauer wird. Durch den Nullpunkt der Buntheit, das reine Grau, springt sie dann auf die andere Seite des Farbenkreises, um unter Zunahme der Reinheit gleichzeitig mit der zweiten Farbe in *a* zu landen. Der vorher gefundene Widerspruch hebt sich also dadurch auf, daß während der stetigen Entfernungszunahme der bunte Anteil der Mischfarbe Null wird, wodurch ihre Kennzeichnung durch einen Farbton, d. h. durch einen Ort im Farbenkreise überhaupt seinen Sinn verliert.

Der Sprung beider Farbtöne wird dadurch vermittelt, daß dazwischen überhaupt kein Farbton vorhanden ist, vergleichbar dem vieldeutigen Symbol $\frac{0}{0}$.

Benutzt man die Darstellung der zweifaltigen Mischungen aus reiner Farbe und Grau gemäß S. 51 durch eine Kreisfläche, an deren Umfang die reinen Farben und in deren Mitte das reine Grau liegt, so wird der Ort der Mischfarben, die aus *a* bei der Zumischung gleicher Mengen von allen Punkten des Farbenkreises entstehen, durch die Linie

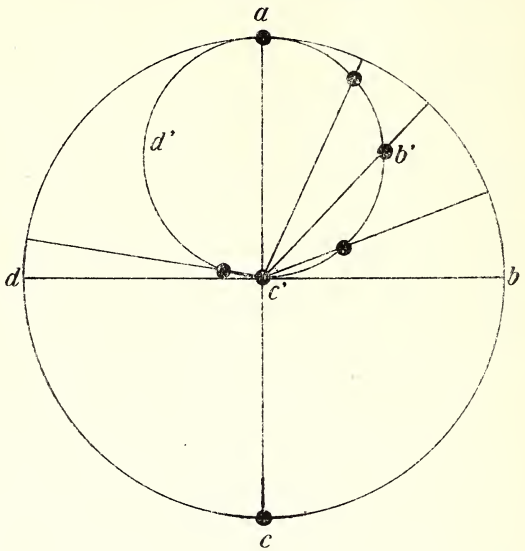

Fig. 20.

a' b' c' d' dargestellt (Fig. 20). Denn dadurch, daß die Mischung immer grauer wird, je weiter sich die zweite Farbe von *a* entfernt, rückt ihr Punkt immer mehr nach der Mitte des Kreises, wie dies die Radien im ersten Viertel erkennen lassen. Ist die zweite Farbe in *c* angekommen, so ist *c' b* der zugehörige Radius, auf dem die Mischfarbe bis nach *c'* gerückt ist. Geht sie über *c* hinaus, so geht auch die Mischfarbe über *c'* hinaus nach links, und der entsprechende Radius liegt etwas über *d* hinaus. Man erkennt an dieser Abbildung, daß die Mischfarbe trotz des Sprunges von *b* nach *d* tatsächlich einen stetigen Verlauf nimmt, wenn die zweite Farbe stetig durch den Farbenkreis wandert.

Bestimmung der Gegenfarben. Dieser mathetischen Besonderheit entspricht auch eine experimentelle. In dem oben benutzten Beispiel wandelt sich die Mischfarbe aus rot in blaugrün, wenn die zweite Farbe sich um ein Geringes durch *c* bewegt. Man kann also sehr genau die Farbe bestimmen, welche die Mischung weder rot noch blaugrün werden läßt. Diese ist aber offenbar diejenige, welche von *a* sowohl über *b* wie über *d* gleich weit entfernt ist, d. h. es ist die Gegenfarbe von *a*. Indem man also die Farbe aufsucht, welche sich mit einer vorgelegten zu neutralem Grau mischen läßt, findet man deren Gegenfarbe. Das Verfahren ist viel schärfer, als irgendein anderes bekanntes und gestattet unter günstigen Umständen eine Genauigkeit von einem Bruchteil einer Hunderterstufe.

Folgerungen. Diese mehrfachen Beziehungen gewähren die Möglichkeit einer gegenseitigen Kontrolle der Messungsergebnisse in der Farbenlehre und damit einer Prüfung der Richtigkeit und Genauigkeit ihrer Grundlagen.

So kann z. B. der Farbenkreis wie beschrieben geteilt werden, ohne daß der Begriff der Gegenfarben überhaupt zur Anwendung gelangt. Im fertigen Farbenkreise müssen aber die Gegenfarben sich polar gegenüberliegen, ihre Nummern müssen also um genau 50 Einheiten verschieden sein.

Oder anders gewendet: Wenn man nach der Methode der gleichen Abstände eine Hälfte des Farbenkreises einteilt und dann für diese Farben die Gegenfarben aufsucht, so müssen diese, die die andere Hälfte des Farbenkreises füllen, dem Gesetz der inneren Symmetrie genügen.

Ferner beruht die Bewertung der Reinheiten bei der Herstellung der Mischungen zum Zweck der Einteilung auf Messungen, wie sie S. 65 beschrieben wurden. Die Gegenfarben müssen sich aber begriffsgemäß (S. 74) nach äquivalenten Mengen neutralisieren. Bestimmt man experimentell diese Mengen, so müssen die derart gefundenen Neutralisationsverhältnisse identisch mit den auf ganz anderem Wege, nämlich photometrisch gefundenen Reinheitsverhältnissen sein.

Alle diese Beziehungen sind durch die bisherigen ersten For-

schungen mit guter Annäherung als zutreffend erwiesen worden. Spätere eingehendere Untersuchungen werden zeigen, ob und wieweit Abweichungen vorhanden sind.

Erhaltung und Umwandlung der Farben. Die vorstehenden Betrachtungen gaben in erster Linie Aufschluß über solche Ergebnisse der Farbenmischung, die sich auf den Farbton beziehen. Es wurde aber bereits darauf hingewiesen, daß gleichzeitig Änderungen der Reinheit eintreten. Bei gleichfarbigen Mischbestandteilen kann also von einem Gesetz der Erhaltung der Farbe gesprochen werden, denn die aufgestellten und durch die Erfahrung gerechtfertigten Mischungsgleichungen beruhen auf der Voraussetzung einer solchen Erhaltung. Dagegen liegt bei verschiedenfarbiger Mischung eine Umwandlung bunter Farben in unbunte vor, und es entsteht die Frage nach den hier bestehenden Gesetzen.

Das allgemeine Farbenmischungsgesetz. Da jede Farbe aus den drei Größen r, w und s besteht, die einfach als Glieder einer Summe nebeneinander stehen, wie die allgemeine Farbengleichung $r+w+s=1$ ausweist, so folgt, daß die gegenseitigen Beziehungen der Farben aller Art sich durch Gleichungen müssen darstellen lassen, welche die Größen r, w, s nur in erster Potenz als Summanden enthalten. Man nennt solche Gleichungen lineare, da sie, wenn man sich nach dem Verfahren der analytischen Geometrie durch räumliche Formen darstellt, stets nur gerade Linien geben. Voraussetzung ist, daß als Veränderliche nur die Werte von r, w, s dienen.

Da insbesondere die Ergebnisse jeder Farbenmischung rechnerisch durch Summierung solcher linearer Ausdrücke für die Bestandteile erhalten werden, so folgt der wichtige allgemeine Satz:

Stellt man die Farben räumlich durch die Koordinaten r, w, s dar, so liegen alle Mischfarben, die man aus irgendwelchen zwei Farben erhalten kann, auf der Verbindungsgeraden der beiden Farbenorte.

Da die Farbengleichung $r+w+s=1$ nicht die Mannigfaltigkeit des Farbtons enthält, so gilt diese Beziehung zunächst nur für Farben gleichen Farbtons, also innerhalb eines Farbendreiecks. Die vorher

(S. 72) entwickelten Fälle der grauen und der klaren Farben erweisen sich als Sonderfälle des allgemeinen Gesetzes, das auf die Dreieckseiten angewendet worden ist. Die Verallgemeinerung bezieht sich also auf das Innere des Dreiecks und umfaßt alle Mischungen, an denen trübe Farben beteiligt sind.

Es wird weiter unten nachgewiesen werden, daß auch bei der Vermischung von Farben verschiedenen Farbtons ein gleiches Gesetz besteht, falls die Farbtöne im Farbenkreise geordnet sind. Die lineare Verwandtschaft aller Farben ist also eine allgemeine Eigenschaft des Farbenkörpers in Gestalt des doppelten Kegels.

Der Farbton der Mischfarbe. Stellt man sich nun die Frage nach dem Ergebnis der Mischung zweier Farben verschiedenen Tons, so werden durch die Antwort drei Größen zu bestimmen sein, nämlich Farbton, Weiß, Schwarz, oder Farbton, Reinheit, Grau.

Was den Farbton anlangt, so folgt aus der Definition des Farbenkreises, daß gleiche Mengen zweier reiner Farben a und b den inmittenliegenden Farbton $\frac{a+b}{2}$ bestimmen.

Dasselbe gilt aus Symmetriegründen für gleiche Mengen unreiner Farben von gleichem Reinheitsgrade.

Liegen ungleiche Mengen reiner Farben vor, so ist dies gleichwertig dem Fall gleicher Mengen von entsprechend verschiedener Reinheit, der alsbald behandelt werden wird.

Die Reinheit der Mischfarbe. Bezüglich der Frage nach der Reinheit der entstehenden Mischfarbe tritt uns ein neues Problem entgegen. Hier beginnt der oben erwähnte Fall der Umwandlung bunter Farben in unbunte. Die Aufgabe kann zunächst einfach experimentell gelöst werden, und entsprechende Messungen werden später an ihrem Ort mitgeteilt werden. Hier handelt es sich um die mathetische Frage, ob nicht ausreichende experimentelle Tatsachen in gewissen bekannten Verhältnissen des Farbenkreises bereits vorliegen, aus denen sich die allgemeinen Gesetze ableiten lassen.

Die Antwort lautet bejahend. Wir stützen uns auf folgende Tatsachen.

Mischt man bei einem gleich reinen Farbenkreise alle Farben, so entsteht Grau.

Mischt man irgend z w e i Gegenfarben, so entsteht Grau.

Mischt man d r e i, v i e r oder irgendeine Zahl von Farben, die im Farbenkreise gleich weit abstehen (oder symmetrisch verteilt sind), so entsteht Grau.

Aus diesen Tatsachen läßt sich das Gesetz ableiten, welches bei allen denkbaren Farbenmischungen die Reinheit ergibt, wobei gleichzeitig der Farbton mitbestimmt wird.

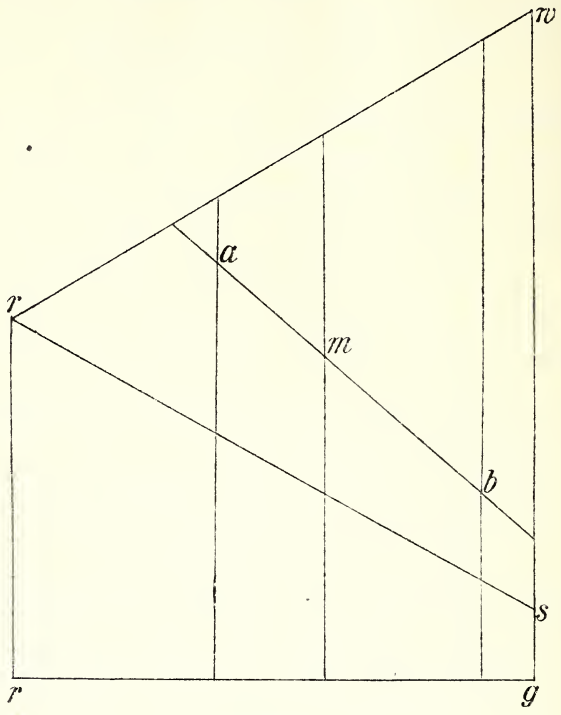

Fig. 21.

Die Reinheitsfläche. Die zu untersuchenden Verhältnisse würden sich am unmittelbarsten und vollständigsten durch Untersuchungen am doppelt kegelförmigen Farbenkörper ergeben. Da aber die Handhabung des räumlichen Gebildes für solche Zwecke zu unbequem ist, wird die Untersuchung besser derart zerlegt, daß zunächst Farbton und Reinheit erforscht werden, worauf die Untersuchung gesondert auf das Grau erstreckt wird.

Für den ersten Zweck bedienen wir uns einer Darstellung der Be-

ziehungen zwischen Farbton und Reinheit, die sich folgendermaßen ergibt.

Projiziert man (Fig. 21.) die Punkte des Farbendreiecks auf die Linie *r g*, welche senkrecht zu *w s* steht, so bleiben die Reinheiten, die jedem Punkte zugehören, in ihren Verhältnissen erhalten und können auf *r g* abgelesen werden, wenn man diese Gerade von 1 bis 0 regelmäßig teilt. Denn die Reingleichen verlaufen parallel zu *w s*, projizieren sich also jede in einem Punkt von *r g* unter Wahrung der Verhältnisse ihrer Abstände.

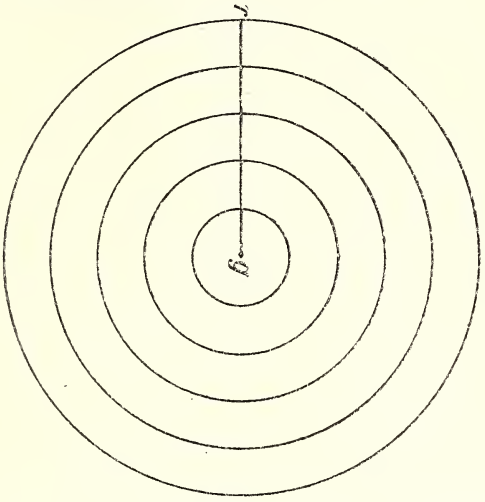

Fig. 22.

Daraus folgt, daß wir bei der Vermischung zweier Farben *a* und *b* des Dreiecks die Reinheit der Mischfarbe durch die gewöhnliche Konstruktion auf der Geraden *r g* erhalten können, ohne daß wir eine solche innerhalb des Dreiecks auszuführen brauchen. Ebenso kann man natürlich die Reinheiten an den Dreieckseiten *r s* und *r w* ablesen.

Dreht man nun die Linie *r g* um *g* als Mittelpunkt, so beschreibt sie eine Kreisfläche, in deren Umfang man den Farbenkreis in reinen Farben anbringen kann, während jeder andere Punkt zwischen *r* und *g* einen kleineren Kreis geringerer Reinheit beschreibt, bis im Mittelpunkt *g* die Reinheit Null erreicht ist (Fig. 22). Diese Reinheitsfläche erweist sich als eine Projektion des Farbenkörpers (Fig. 17, S. 55), auf eine Ebene, die senkrecht zu seiner Achse steht. An ihr kann man dem-

gemäß die im Farbenkörper bestehenden Verhältnisse bezüglich Reinheit und Farbton studieren, welche dort genau, bzw. proportional abgebildet werden. Über Weiß oder Schwarz enthält sie dagegen keine Auskunft; hierfür ist eine Projektion auf eine Ebene parallel der *ws*-Achse erforderlich, von der später die Rede sein wird.

Der einfachste Fall. Wir betrachten drei gleichabständige Farben *a*, *b*, *c* von gleicher Reinheit in gleichen Mengen. Da diese beim Vermischen Grau bilden, so müssen je zwei Farben bei ihrer Vermischung die Gegenfarbe der dritten in gleicher Reinheit und Menge ergeben.

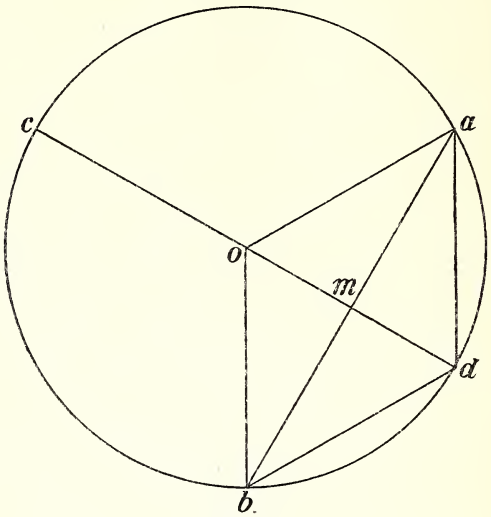

Fig. 23.

Dergestalt müssen zum Beispiel *a* und *b* die Farbe *d* bilden, deren Reinheit gleich der von *c*, d. h. gleich der gemeinsamen Reinheit aller drei Farben ist. (Fig. 23.)

Dies gilt für die summierende Mischung. Für die anteilige von *a* und *b* kommt, da beide Anteile gleich, also gleich $^1/_2$ sind, je die Hälfte in Betracht, so daß der Ort der Mischfarbe halbwegs zwischen *o* und *d* in *m* liegt. Dies ist der Kreuzungspunkt der Diagonalen *o b* und *o d* des Rhombus *o a d b*. Folglich liegt bei anteiliger Mischung zweier gleich reiner Farben in gleichen Mengen die Mischfarbe auf der Verbindungsgeraden der beiden Orte in deren Mitte.

Somit gilt für die Mischung auch bei v e r s c h i e d e n e m

Farbton für den Fall gleicher Mengen das Gesetz der geraden Linie, welches für Farben gleichen Farbtons früher nachgewiesen worden ist, und zwar stets für anteilige Gemische.

Die geometrische Summe zweier Farben. Beachtet man, daß der Punkt *d* von *a* aus erreicht wird, indem man *ad* gleich und parallel *ob* zu *oa* hinzufügt, also beide Farben „geometrisch" addiert, so kann man allgemein den Satz aussprechen, daß bei summierender Mischung der Ort der entstehenden Farben gefunden wird, wenn man

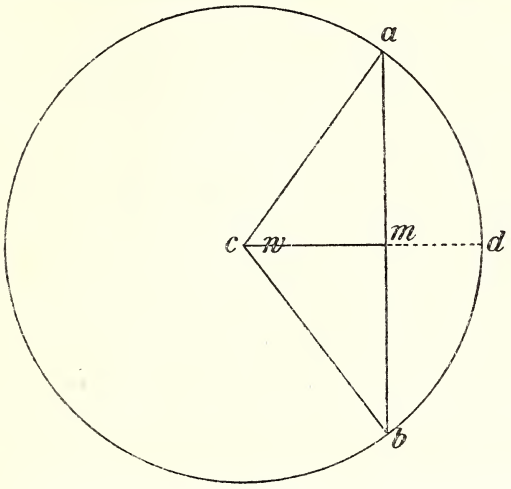

Fig. 24.

die Farbenlinien der Einzelfarben, nämlich die Radien vom unbunten Mittelpunkt des Reinheitskreises bis zu ihrem Ort, geometrisch addiert.

Rechnerische Erläuterungen. Es seien *a* und *b* (Fig. 24) zwei reine Farben, welche zu gleichen Teilen gemischt werden. Man hälftet die Sehne *ab* und findet die Mischfarbe *m*, deren Farbton im verlängerten Strahl *cd* liegt, während die Reinheit gleich *cm* ist, wobei der Halbmesser $ca = 1$ gesetzt wird. Ist *w* der Winkel *acb*, so ist die Reinheit $cm = \cos \frac{w}{2}$. Da die trigonometrischen Tabellen nur die Winkelfunktionen des 360-teiligen Kreises zu enthalten pflegen, muß man die Nummern auf Gerade umrechnen, was durch Vervielfältigung mit 3.6 geschieht. Ist also z. B. $a = 10$, $b = 40$, so ist $w = (40 - 10)$

$3.6 = 108^0$. Da $\cos \frac{108}{2} = \cos 54 = 0.59$ ist, so folgt, daß im vorliegenden Falle die Mischfarbe aus Gold (10) und Veil (40) den Farbton Hochrot ($25 = \frac{10 + 40}{2}$) und die Reinheit 0.59, also etwas über ein Halb hat.

Erinnert man sich des Ganges der Kosinusfunktion, so übersieht man die gesamte Gesetzmäßigkeit. Für $w = 0$, wenn also beide Farben gleich sind, ist $\cos 0 = 1$, d. h. die Reinheit bleibt voll erhalten. In dem Maße, wie w wächst, nimmt die Reinheit ab. Bei 120^0, entsprechend einem Unterschied von 33.3 Nummern ist $\cos 60^0 = 0.50$, die Reinheit also genau $^1/_2$. Dies ist der Abstand der Farbtöne einer Triade, d. h. dreier Farben, die im Farbenkreise an drei gleichweit entfernten Punkten liegen. Wird der Winkel noch größer, so nimmt der Kosinus weiter ab und wird Null für $w = 180^0$, d. h. für jedes Paar von Gegenfarben, deren Mischung die Reinheit Null hat, also reines Grau ist.

Darüber hinaus nimmt der Kosinus wieder zu, aber im negativen Sinne, zum Zeichen, daß man die Farben auf der anderen Seite des Farbenkreises zu suchen hat, wo der Winkel kleiner als 180^0 und der Kosinus wieder positiv ist. Denn die Reinheit kann nicht unter Null liegen, da negative Reinheiten keinen Sinn haben.[1])

Gleiche Farbenmengen verschiedener Reinheit. Um von diesem Fall auf den nächst allgemeineren überzugehen, daß zwei Farben verschiedener Reinheit in gleichem Verhältnis gemischt werden, betrachten wir zunächst den Sonderfall zweier Gegenfarben $o\,a$ und $o\,a'$. Sind ihre Reinheiten gleich, so neutralisieren sie sich und ihre Mischung fällt definitionsgemäß in den unbunten Mittelpunkt o. Sind sie ungleich, so ist die geometrische Summe von $o\,b$ und $o\,b'$ der Unterschied beider Reinheitswerte und es bleibt die Reinheit $o\,b - o\,b'$ für die Mischfarbe übrig, die den Farbton der reineren Farbe hat. Für die anteilige Mischung wird die Reinheit wieder nur halb so groß. Man findet den entsprechenden Ort m einfach, indem man die Strecke $b\,b'$ halbiert; $o\,m$ ist der Wert der Reinheit (Fig. 25).

---

[1]) Eine analytische Theorie der (hellklaren) Mischfarben findet sich bei Helmholtz, Physiol. Optik, 2. Aufl. II, 112. 1911.

Handelt es sich um zwei beliebige Farben a und b von verschiedener Reinheit oa und ob (Fig. 26), so bildet man ihre geometrische Summe oac oder obc und findet in c den Reinheitspunkt für summierende Mischung. Für die anteilige Mischung rückt der Reinheitspunkt wieder auf die Hälfte der Strecke oc nach m. Man findet diesen Punkt als Durchschnittspunkt der beiden Diagonalen. Er liegt also wieder auf der Mitte der Verbindungsgeraden der beiden Teilfarben a und b.

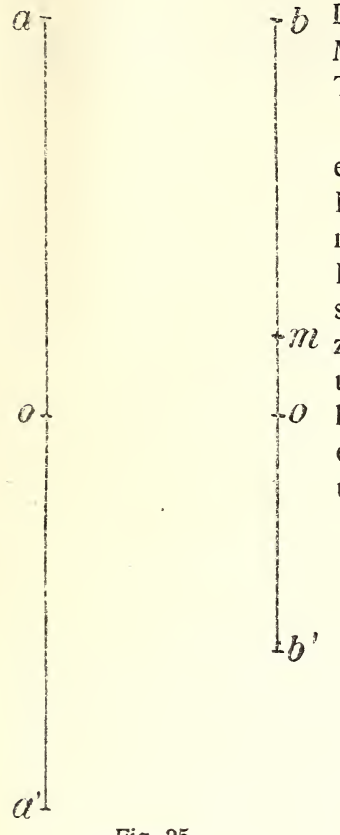

Fig. 25.

Der allgemeinste Fall. Handelt es sich endlich um die Vermischung zweier beliebiger Farben in beliebigem Verhältnis, so kann man diesen allgemeinsten Fall stets auf den Fall der Vermischung zweier Farben entsprechender Reinheit in gleichem Verhältnis zurückführen. Seien r_a, r_b die Reinheiten, und x, $1-x$ die Anteile, so wird die Reinheit ihrer Mischfarbe gleich der Reinheit einer Mischfarbe aus gleichen Anteilen $r_a x$ und $r_b(1-x)$ sein. Man trägt somit auf den

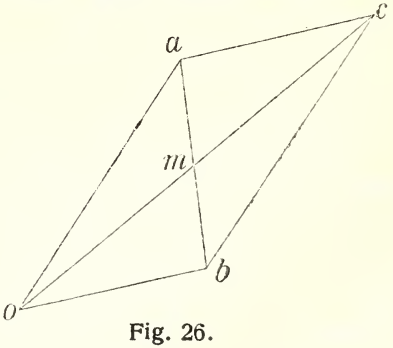

Fig. 26.

Radien oa und ob die Strecken $r_a x$ und $r_b(1-x)$ ab, die nach d, e fallen mögen, verbindet beide Punkte und halbiert de in m. Dann gibt, gemäß dem vorigen Abschnitt, der Radius omc in c den Farbton der Mischfarbe an, während om ihre Reinheit mißt. (Fig. 27.)

Das neue Problem. Gleiche Einheitsmengen zweier reiner Farben mit den Nummern a und b ergeben eine Mischfarbe von der Reinheit

$\cos 3.6 \frac{b-a}{2}$, also mit dem Graugehalt $1 - \cos. 3.6 \frac{b-a}{2}$. Die Frage, welche Zusammensetzung dieses Grau hat, führt auf ein Problem, das bisher noch nicht untersucht worden ist.

Der einfachste Fall liegt vor, wenn zwei reine Gegenfarben sich mischen. Dann entsteht nur Grau. Dessen Zusammensetzung wird durch das allgemeine Verhältnis der reinen Farbe zum Weiß bestimmt und es muß daher zunächst diese Angelegenheit geklärt werden.

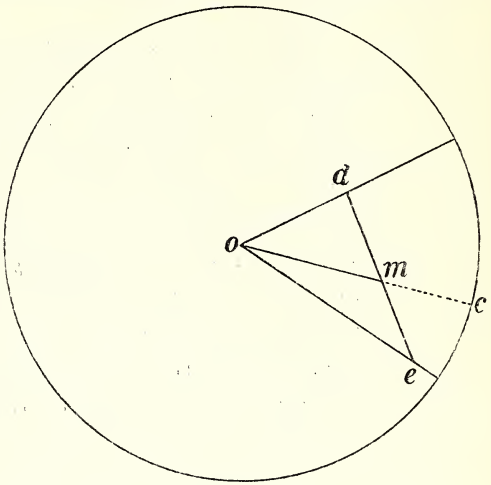

Fig. 27.

Bekanntlich entsteht eine bunte Farbe aus Weiß, wenn man dem Lichte, aus dem dieses besteht, gewisse Arten entzieht. Teilt man dergestalt auf irgendeine Weise das weiße Licht in zwei Anteile, die sich zu Eins summieren, so erscheint jeder Anteil bunt. Die beiden entstehenden Farben sind zwar dem Farbton nach Gegenfarben, aber sie sind im allgemeinen nicht r e i n e Farben. Da sie sich jedenfalls zu einem Weiß von der ursprünglichen Helligkeit ergänzen, nennt man sie E r g ä n z u n g s f a r b e n.

Man kann solche Paare auf verschiedene Weise herstellen. Ein einfaches, wenn auch nicht allseitiges Mittel besteht darin, weißes Licht zu polarisieren, dieses durch ein dünnes Gips- oder Glimmerblättchen zu senden und es dann durch ein doppeltbrechendes Prisma zu betrachten. Es entstehen zwei Bilder, die man zweckmäßig durch eine

kleine quadratische Blende so einschränkt, daß sie unmittelbar nebeneinander liegen, ohne sich zu überdecken. Sie zeigen Ergänzungsfarben, die beim Vermischen wieder Weiß geben. Je nach der Dicke des Kristallblättchens sind die Farben verschieden; auch ihre Reinheit ist verschieden, insbesondere erscheint oft die eine Farbe stark mit Weiß verdünnt, während die andere dunkel ist.

Unter allen solchen Teilungen gibt es einen idealen Grenzfall, der folgendermaßen gekennzeichnet ist. Man denke sich alle Arten Licht des Spektrums gesondert und den gleichfarbigen Punkten des Farben-

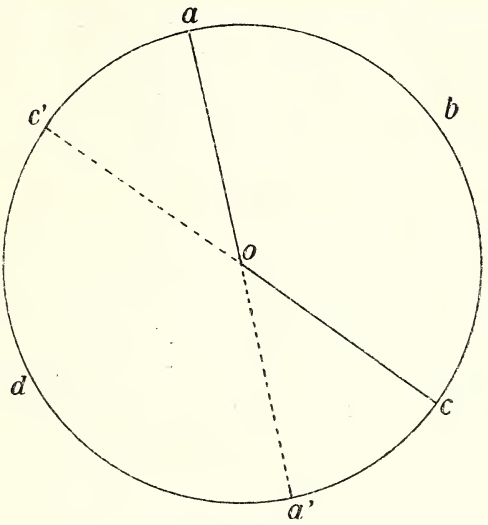

Fig. 28.

kreises zugeordnet. Teilt man dann diese Gesamtheit in irgendeiner Weise, z. B. durch die Punkte *a* und *c* (Fig. 28), und vereinigt die beiden Gruppen *a b c* und *a d c* jeweils zu einer Gesamtfarbe, so wird die Farbe *a d c* die beiden Gebiete *a c'* und *a' c* enthalten, welche aus Gegenfarben bestehen, also sich zu Weiß ergänzen. Die Gesamtfarbe *a d c* enthält also eine entsprechende Menge Weiß, während *a b c* davon frei ist. Nur in dem Falle, daß die zu vereinigende Lichtmenge durch ein Paar Gegenfarben begrenzt ist, wie z. B. *a b a'* und *a' d a*, sind beide Farben frei von Weiß und somit rein.

Definition der reinen Farben. Es liegt nahe, diesen Schluß zu verallgemeinern und reine Farben (im psychologischen Sinne) als solche

zu definieren, welche alle Arten Licht enthalten, die zwischen zwei Gegenfarben liegen. Hierdurch werden zwei Farben definiert, die aus den beiden so entstehenden Hälften des Farbenkreises oder „Farbenhalben" entstehen; sie sind gleichzeitig Gegen- und Ergänzungsfarben.

Mischt man diese beiden Farben anteilig, also halb und halb, so entsteht ein unbuntes Gemisch, welches die Hälfte des ursprünglichen Lichtes enthält, also ein Grau aus 0.5 Weiß und 0.5 Schwarz darstellt.

Hiernach wäre also allgemein als Ergebnis der Mischung zweier reiner Gegenfarben in gleichen Mengen das Grau von der Weiße 0.5 anzusehen. Werden die Gegenfarben in anderem Verhältnis $x : y$ gemischt, wo $x > y$ sei, so geht nur der Anteil y beiderseits in das Grau 0.5 über, während der Rest $x - y$ der größeren Farbe sich diesem Grau zumischt. Das ist die vollständige Lösung der S. 79 behandelten Aufgabe.

In entsprechender Weise kann man die anderen Lösungen vervollständigen. Da aber die Grundlagen dieser Betrachtungsweise wegen ihrer Neuheit noch nicht genauer haben geprüft werden können, so soll nach Kennzeichnung der Grundlagen die weitere Entwicklung der Einzelheiten verschoben, bzw. anderen Forschern überlassen werden, bis genauere experimentelle Untersuchungen vorliegen.

Achtes Kapitel

Die Grundfarben

Die Aufgabe. Bisher waren alle Farbtöne des Farbenkreises mathetisch als selbständige Wesen behandelt worden. Die Betrachtungen des vorigen Kapitels zeigen, daß sie durch den Vorgang der Mischung und die für diese geltenden Gesetze in eine gegenseitige Beziehung gebracht werden können. Durch diese wird ihre qualitative Verschiedenheit (die psychologisch besteht und durch diese Beziehungen nicht aufgehoben wird) in ein quantitatives, aus einigen Grundwerten nebst veränderlichen Zahlenfaktoren bestehendes System übergeführt.

Die Anzahl der Grundfarben. Aus einer Farbe kann man die anderen nicht ableiten, da zur Mischung mindestens zwei erforderlich sind. Zwei Farben ergeben durch Mischung nur die Farbtöne, welche zwischen ihnen liegen, also stets weniger als die Hälfte des Farbenkreises. Wählt man zwei Gegenfarben, welche den Farbenkreis in zwei gleiche Teile teilen, so erhält man keine neuen Farbtöne, da neben den vorhandenen nur Grau gebildet wird. Nimmt man aber drei Farben in geeigneter Anordnung, so kann man aus den drei Paaren, die sich bilden lassen, alle zwischenliegenden Farbtöne ermischen und so den ganzen Farbenkreis decken.

Drei Farben sind also notwendig und zureichend, um jene Aufgabe zu lösen.

Außerdem müssen die drei Farben folgende Bedingung erfüllen. Seien *a* und *b* (Fig. 29) zwei von den gewählten Farben, so würde eine dritte *d*, die zwischen *a* und *b* liegt, die Aufgabe nicht lösen, da hierdurch das Gebiet *a d b* der ermischbaren Farben nicht erweitert wird. Vielmehr muß die neue Farbe auf der Seite des größeren Abstandes liegen, z. B. bei *c*. Man kann alle ungeeigneten dritten Farben wie *d* dadurch kennzeichnen, daß sie sich aus den beiden ersten gegebenen ermischen lassen.

Das gleiche Kennzeichen gilt auch für den Fall, daß zunächst *b* und *c* gegeben waren und auf der Seite des größeren Abstandes *c a b* der Punkt *d* für die dritte Farbe gewählt wird. Auch jetzt kann man nur das Gebiet *d b c* herstellen, während *c a d* fehlt. Aber auch in diesem Falle kann eine der Farben, nämlich *b*, aus den beiden anderen ermischt werden.

Wir kommen also zu dem Schluß: Zur Ableitung aller Farbtöne des Farbenkreises durch Mischung sind drei Grundfarben notwendig und zureichend, die so zueinander liegen, daß keine von ihnen aus den beiden anderen durch Mischung dem Farbton nach hergestellt werden kann (Helmholtz),

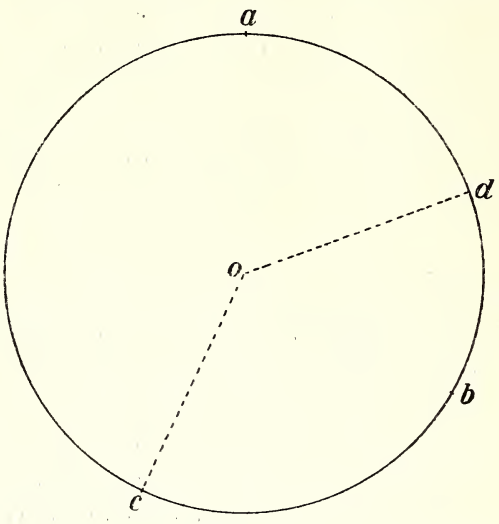

Fig. 29.

Übereinstimmend mit dieser Forderung ist die andere, daß alle Abstände zwischen den drei Farben kleiner als ein Halbkreis sein müssen.

Beide Formen erweisen, daß eine vierte Farbe überflüssig ist, da sie keine neuen Farbtöne ergeben würde.

Vier Grundfarben. Im scheinbaren Widerspruch mit dem letzten Satz steht die Tatsache, daß es ein berechtigtes Farbensystem (das von

E. Hering) gibt, in welchem vier Grundfarben angenommen werden, von denen keine fortgelassen werden kann, ohne daß im Farbenkreis eine Lücke entsteht, durch welche die Hälfte aller Farben fortfällt.

Diese vier Farben sind Gelb, Rot, Blau, Grün. Sie sind paarweise Gegenfarben und stehen im Farbenkreise um je einen rechten Winkel ab.

Durch die erste Bedingung wird nun tatsächlich die Zahl der unabhängigen Bestimmungen auf drei zurückgeführt, wie im Falle des Dreifarbensystems. Die Bestimmungen lauten jetzt: zwei beliebige Farben und ihre Gegenfarben. Daß die beiden unabhängigen Farben um einen rechten Winkel abstehen sollen, ist für die Herstellbarkeit der übrigen Farbtöne nicht notwendig. Die Gründe für diese Annahme liegen auf psychologischem Gebiet und haben mit der gegenwärtigen Aufgabe nichts zu tun. Ebensowenig ist es wesentlich, daß man von Gelb und Blau ausgeht. Man könnte mit gleichem mathetischem Erfolge jedes andere Farbenpaar wählen; nur Gegenfarben sind hierbei ausgeschlossen, da sie schon durch die dritte Bestimmung hinzugebracht wurden.

Das Mischungsdreieck. Aus den Darlegungen S. 89 geht hervor, daß keine besondere Farbe einen mathetischen Vorzug vor anderen bei der Zurückführung auf drei Ausgangs- oder Grundfarben hat. Nur bezüglich des gegenseitigen Abstandes kommen folgende Erwägungen in Betracht.

Da bei der Mischung zweier Farben die Reinheit der Mischfarbe stets kleiner wird, als die der Bestandteile war, so kann man durch Mischung zwar alle Farbtöne herstellen, nicht aber alle Farben, insbesondere nicht alle Reinheitsgrade. Den Umfang der erreichbaren Farben ersieht man am besten mit Hilfe des Reinheitskreises. Sind die Farben *a*, *b*, *c* (Fig. 30) gegeben, so liegen ihre Mischfarben aus je zweien auf den Verbindungsgeraden und bilden insgesamt das Dreieck *abc*. Die trüben Farben im Inneren des Dreiecks können alle durch Vermischung dreier Farben hergestellt werden. Um dies einzusehen, denke man sich zuerst durch Mischungen von *a* mit *b* alle zwischenliegenden Farben gebildet. Mischt man eine von ihnen, z. B. *d*, mit der dritten Farbe *c*, so entstehen Farben, die auf der Verbindungsgeraden *c d* im Inneren des Dreiecks liegen. Durch Vermischung aller Farben zwischen *a* und *b* mit *c* in allen Verhältnissen kann man somit den ganzen

Inhalt des Dreiecks ausfüllen. Insbesondere gibt es auch ein Mischungsverhältnis von *a*, *b*, *c*, durch welches der Mittelpunkt *o* erreicht, d. h ein neutrales Grau hergestellt wird.

Der Inhalt des Dreiecks oder die Gruppe der durch Mischung herstellbaren Farben wird am größten, wenn das Dreieck gleichseitig ist und seine Ecken auf dem Kreisumfang liegen. Das heißt, wenn die Farbtöne gleichabständig gewählt werden und die Grundfarben rein sind. Während die zweite Bedingung nur unvollkommen erreichbar ist, kann die erste in dem Maße vollständig verwirklicht werden, soweit

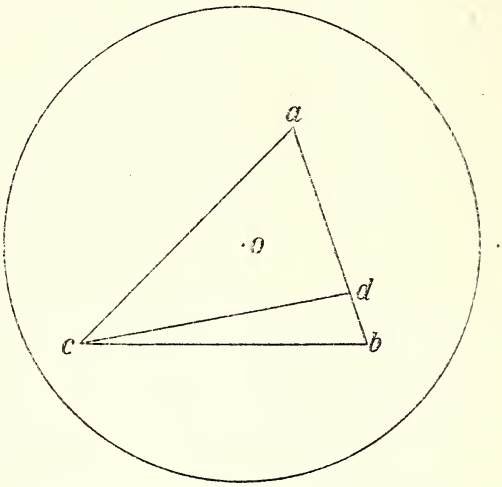

Fig. 30.

die richtige Einteilung des Farbenkreises experimentell verwirklicht wurde. Umgekehrt kann diese Beziehung benutzt werden, um die Richtigkeit der Drittelung zu prüfen, indem man nachsieht, ob die benachbarten Farbtöne einer der gewählten Hauptfarben mit der zweiten und der dritten Hauptfarbe vermischt, tatsächlich geringere Reinheiten ergeben, als die Hauptfarbe selbst.[1])

[1]) Es bedarf wohl kaum des Hinweises, daß das Mischungsdreieck aus drei Hauptfarben von dem gleichfarbigen Dreieck des 6. Kapitels ganz und gar verschieden ist. Daß vor der Verwechselung ausdrücklich gewarnt werden muß, ist leider begründet, da dieser grobe Schnitzer von einem „Fachmann" (Dr. E. König in der Zeitschr. f. angew. Chemie 1917, S. 53 ganz unten) tatsächlich begangen worden ist.

Verhalten der Farbstoffe. Die Erfahrung lehrt, daß die Mischungslinien, welche bei optischer Mischung Gerade sind, bei den Mischfarben aus Farbstoffen häufig nach außen gekrümmt ausfallen, so daß das von ihnen umschlossene Gebiet größer ist, als das der optischen Mischungen. Dies gilt allerdings nicht für alle beliebigen Dreiergruppen oder Dreier. Vielmehr ragt unter allen vorhandenen ein Dreier besonders hervor, nämlich der mit den Farbtonnummern 00 (Schwefelgelb), 33 (Karminrot) und 67 (Eisblau). Ich habe u. a. mit den Farbstoffen Calciumpikrat und Säureblau (Bayer) eine vollständige Grünreihe von einer Reinheit erzielt, die von keinem mir bekannten einheitlich grünen Farbstoff übertroffen wird.

Deshalb werden die genannten Farbtöne (oder naheliegende Farben) seit langer Zeit von Färbern und Malern als die Urfarben angesehen. Mathetisch haben sie kein größeres Recht hierauf, als irgendein anderer Dreier. Der Vorzug dieser Gruppe beruht in erster Linie auf physikalisch-optischen Besonderheiten, die an dieser Stelle nicht erörtert werden können.

Die physiologische Dreiergruppe. Ein anderer Dreier, nämlich Zinnoberrot, Kornblau und Warmgrün, etwa den Farbtonnummern 20, 53, 87 entsprechend, erweist sich am vorteilhaftesten für die optische oder additive Mischung, wie sie in letzter Zeit für einige Methoden der Farbphotographie praktisch wichtig geworden ist. Auch hier liegt kein mathetischer, sondern ein physiologischer Grund für die Besonderheit vor. Eine angesehene Theorie des Farbensehens beruht auf der Annahme dreier elementarer Empfindungen von den oben angegebenen Farben und kann sich auf experimentelle Tatsachen stützen, denen zufolge die durch reine Spektralfarben bewirkten Farbempfindungen beim Einordnen in den Reinheitskreis zwei Gerade ergeben, die annähernd zwei Seiten eines Dreiecks mit den genannten Eckfarben entsprechen.

Die beiden letzten Abschnitte gehören somit nicht eigentlich in die mathetische Farbenlehre. Die Verhältnisse mußten aber klargestellt werden, da bei der großen Wichtigkeit dieser Beziehungen für die Farbenlehre überhaupt die Vermutung naheliegt, die erwähnten Besonderheiten seien mathetischer Natur.

Die fünf Elemente. Drei bunte Grundfarben, Weiß und Schwarz

scheinen somit die letzten Elemente zu sein, in welche sich die Mannigfaltigkeit der Farben auflösen läßt; die Farbenwelt hätte somit eine fünffaltige Beschaffenheit oder wäre fünfdimensional. Da sie sich aber, wie wir gesehen haben, im dreifaltigen Raume vollständig und systematisch unterbringen und abbilden läßt, so folgt, daß tatsächlich und grundsätzlich nur eine dreifaltige Gruppe vorliegt.

Der scheinbare Widerspruch löst sich auf, wenn man beachtet, daß die drei Grundfarben des Farbenkreises dessen unabhängig ermittelte Mannigfaltigkeit nicht erhöhen, sondern nur eine besondere Beziehung zwischen seinen verschiedenen Punkten herstellen, ähnlich wie die Gleichung $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$ eine besondere Beziehung der Elemente des Raumes darstellt, ohne daß das Bestehen oder Fehlen einer solchen etwas an der Dreifaltigkeit des Raumes ändert.

Einen Ausdruck für die dreifaltige Ordnung des Farbenkörpers auf dieser Grundlage gewinnt man, wenn man die Mengen der drei Grundfarben, deren Summe das Normalweiß ergibt, einzeln gleich Eins setzt. Dann läßt sich jede Farbe als die Summe von drei Brüchen des vorhandenen Rot, Grün und Blau darstellen. Hierbei gelten folgende Beziehungen[1]).

Sind r, g, b diese drei Brüche an einer vorgelegten Farbe, so hat einer von ihnen den kleinsten Wert, z. B. g. Dann bildet g mit gleich großen Mengen der beiden anderen Grundfarben Weiß, und g ist daher auch gleich dem Anteil Weiß in der Farbe. Ferner hat einer der drei Brüche den größten Wert, z. B. r. Dann ist $t—r$ der lichtlose Anteil der Farbe oder der Anteil Schwarz. Aus den Anteilen $r—g$ und $b—g$ zweier Grundfarben setzt sich endlich der Farbton nach dem Mischungsgesetz zusammen. Es reichen somit die drei Zahlen r, g, b aus, um die Farbe vollständig zu definieren.

---

[1]) v. Hübl, Physikalische Zeitschr. 1917, S. 270.

Neuntes Kapitel

Geschichte der mathetischen Farbenlehre

Die Geschichte als Wissenschaft. Bei der Gesamtübersicht aller Wissenschaft, die zu Beginn dieses Werkes gegeben wurde, ist es vielleicht manchem Leser aufgefallen, daß dort die Geschichte nicht zu finden war, die doch in der Literatur wie in dem Universitätsbetrieb der Wissenschaften eine breite und angesehene Stellung einnimmt. Die Erklärung hierfür ist, daß im systematischen Sinne die Geschichte keine eigene Wissenschaft ist. Sie stellt vielmehr nur einen Teil der verschiedenen Wissenschaften dar. Es gibt wohl innerhalb der chemischen Wissenschaft eine Geschichte der Chemie, und in gleichem Verhältnis eine der Physiologie oder eine der Kunst, nicht aber eine Geschichte an und für sich als besondere Wissenschaft. Zwar haben die verschiedenen Geschichten der einzelnen Wissenschaftsgebiete gewisse technische Eigentümlichkeiten gemeinsam, die sich wesentlich auf das Verfahren der Gewinnung und Verwertung des geschichtlichen Materials beziehen. Dagegen ist aber die Menge und Vertiefung der Sonderkenntnisse, welche zu einer verständnisvollen Bearbeitung einer solchen Einzelgeschichte erforderlich sind, so groß und weitgehend, daß nicht daran gedacht werden kann, Historiker auszubilden, welche diese alle betreiben und fördern können. Umgekehrt kann von den Fachmännern der Sonderwissenschaften die historische Technik unschwer erworben werden, welche für erfolgreiche geschichtliche Arbeit innerhalb ihrer Gebiete erforderlich ist.

So sehen wir denn in der Tat auch die grundlegenden Werke, welche die geschichtliche Entwicklung einzelner Wissensgebiete darstellen, niemals von Fachhistorikern, sondern jedesmal von Angehörigen dieser Wissensgebiete ausgeführt, welche aus persönlichen oder sachlichen Interessen sich um die geschichtliche Entwicklung ihrer Arbeitsfelder bekümmert haben. Demgemäß ist auch das, was man im allgemeinen Geschichte ohne besondere Kennzeichnung nennt, ein solches Sonder-

gebiet, nämlich die Geschichte der politischen Entwicklung, wobei man sich vorwiegend auf die äußeren Formen, die Entstehung einzelner Reiche und ihre Kämpfe untereinander bezieht. Die tiefgreifenden Umwälzungen, welche gerade in den letzten Jahrzehnten in der Auffassung der Geschichtswissenschaft stattgefunden haben, beruhen darauf, daß einzelne Forscher außer diesen althergebrachten Gebieten noch neuere, wie insbesondere wirtschaftliche, soziale, künstlerische und psychologische Fragen hineinzubringen bemüht waren, was von den Vertretern der älteren Richtung abgelehnt wurde. Das Ende dieser Entwicklung muß aber, und dieser Zielpunkt läßt sich bereits jetzt deutlich erkennen, darauf hinauslaufen, daß die frühere scheinbare Universalität der Geschichtswissenschaft verschwindet und sich einzelne Historien der verschiedenen Gebiete des Wissens und Handelns entwickeln. Daß diese einzelnen Geschichten hernach wiederum unter allgemeine Gesichtspunkte, sei es der psychologischen, sei es der kulturologischen Zusammenhänge gebracht und zu einer Gesamtdarstellung verwertet werden können, braucht kaum besonders hervorgehoben zu werden. Diese Zusammenfassungen werden aber nichts anderes darstellen, als die Sondergeschichte des höchsten Gebietes der Wissenschaftspyramide, der K u l t u r o l o g i e.

So liegt auch auf unserem Gebiete in erster Linie die Aufgabe vor, die Sondergeschichte der Farbenlehre darzustellen. Diese Aufgabe kann nicht anders gelöst werden, als indem zunächst die geschichtliche Entwicklung ihrer fünf Teile, der mathetischen bis zur psychologischen Farbenlehre einzeln erforscht werden. Dann wird die Möglichkeit offen stehen, eine Gesamtgeschichte der Farbenlehre in vollständigem Überblick darzustellen.

Newton. Die Geschichte der wissenschaftlichen Farbenlehre beginnt nicht, wie die vieler anderer Gebiete, mit kleinen, in großen Zwischenräumen erfolgenden Schritten, aus denen sich allmählich eine Wissenschaft zusammensetzt. Vielmehr handelt es sich hier um einen plötzlichen, sehr bedeutenden Schritt, der gleichsam aus dem Nichts in die Wirklichkeit getan wird und alsbald zu einem wissenschaftlichen Organismus von dauernd lebens- und entwicklungsfähiger Beschaffenheit führt, eine Art von Urzeugung. Zwar wird sehr wahrscheinlich die eingehendere Forschung, wenn sie sich künftig mit der

Vorgeschichte der Farbenlehre beschäftigen wird, diesen und jenen Vorgänger für einzelne Teile entdecken. Aber der Umstand, daß solche in den mehr als zwei Jahrhunderten, die seitdem verflossen sind, nicht bekannt geworden sind, beweist, daß ihre etwaigen Gedanken keinen Einfluß auf die Entwicklung und den Inhalt der Farbenlehre, wie sie sich seitdem gestaltet hat, ausgeübt haben und somit nicht von sachlicher Bedeutung für diese gewesen sind.

Der Schöpfer der wissenschaftlichen Farbenlehre ist Isaac Newton, dessen erste Arbeiten sie zum Ziele hatten. Seine Ergebnisse trug er, 27jährig, von 1669 ab in Cambridge vor, wo er Fellow des Trinity College und Professor war. Die Anregung zu diesen Untersuchungen verdankt er anscheinend seinem Lehrer und Freund Barrow, der eine Optik[1]) geschrieben hat, bei deren Herausgabe ihm Newton behilflich war. Die erste Veröffentlichung erfolgte 1672 in den Philosophical Transactions der Royal Society; die Vorträge wurden erst nach seinem Tode unter dem Titel Optical lectures (London 1728) herausgegeben. Zu seinen Lebzeiten erschien lange nach dem Abschluß seiner experimentellen Untersuchungen die von ihm zu letzter Hand redigierte Darstellung seiner Lehre unter dem Titel Opticks, London 1704 und mehrere Auflagen; deutsch in Ostwalds Klassiker, Nr. 96 und 97, herausgegeben von W. Abendroth, Leipzig 1898.

Newtons Lehre. Der Inhalt von Newtons Forschungen betrifft in erster Linie die physikalische Farbenlehre. Durch die Untersuchung der bei der Lichtbrechung entstehenden bunten Säume wurde er auf die Tatsache geführt, daß es verschiedene Arten von Licht gibt, die durch ihre Brechung unterscheidbar sind. Sie werden durch das Prisma aus dem weißen Sonnenlicht gesondert, in welchem sie vermischt sind, und behalten ihre Eigenschaften, insbesondere ihre eigene Brechbarkeit nach der Sonderung weiterhin unveränderlich bei.

Die physiologische Farbenlehre gewann einen grundlegenden Satz durch die weitere Feststellung, daß die durch eigene Brechbarkeit gekennzeichneten Lichtarten auch eigene Farbempfindungen erregen, indem sie mit zunehmender Brechbarkeit die

[1]) Isaac Barrow, Lectiones opticae, London 1669.

Farben Rot, Gold, Gelb, Grün, Blau, Veil hervorrufen. Weiterhin stellte Newton fest, daß auch Gemische verschiedener Lichtarten gleiche Farben bewirken, können, wie reine Lichtarten, und zwar dazwischenliegende, begründete also die Lehre von den Farbenmischungen.

Hieraus ergaben sich endlich auch grundlegende mathetische Gesetze. Newton erkannte den in sich zurücklaufenden Charakter der Farbenreihe und ordnete anscheinend als erster die Farben im Farbenkreise an, wobei er nicht unterließ zu bemerken, daß die Verbindung beider Enden des Spektrums durch die purpurnen Mischfarben aus Rot und Veil zu bewirken ist. Diesen benutzte er zur Darstellung der Gesetze der Farbenmischung und gab insbesondere die S. 73 mitgeteilte Schwerpunktskonstruktion. Für diese nahm er allerdings keine mathematische Genauigkeit, sondern nur praktische Brauchbarkeit in Anspruch; er hat hier seinen eigenen Gedanken unterschätzt, was ihm sonst nicht leicht geschah. Tatsächlich stellt seine Zeichnung den Reinheitskreis (S. 80) dar und er ist über ihre Benutzung für die ganze Lehre von der Farbenmischung vollkommen im klaren.

Fehler und Unzulänglichkeiten. Die bei erheblichen Werken niemals fehlenden Irrtümer verdienen in jedem einzelnen Falle besonders hervorgehoben zu werden. Denn sie sind meist die Stellen, an denen das neue Werk mit dem Vorhandenen zusammenhängt; sie werden deshalb von den Zeitgenossen besonders leicht und gern aufgenommen und üben häufig zunächst einen größeren Einfluß aus, als die wirklichen Fortschritte. Dies erklärt auch die scheinbar absurde Erscheinung, daß von einzelnen Nachfolgern die Irrtümer übernommen, die Fortschritte aber bekämpft werden, wie es auch in diesem Falle nicht ausblieb.

Zunächst machte Newton den Fehler, daß er Brechung und Fächerung (Dispersion) als proportional ansah, woraus folgt, daß achromatische Linsen nicht möglich sind. Da später solche tatsächlich hergestellt wurden, diente dieser Irrtum den Gegnern (z. B. Goethe) als Hilfsmittel zum Kampf gegen die ganze Lehre, insbesondere auch ihre richtigen Teile.

Weiter unterschied Newton nicht genügend zwischen den Mischungen farbiger Lichter und farbiger Pigmente. Dies führte zu

langdauernden Kämpfen gegen seine Lehre von der Vermischung aller Farben zu Weiß, da mit Farbstoffen, ob man sie mechanisch oder optisch mischt, nur Grau erhalten werden kann. Auch ist er unsicher über die Mischung von Weiß aus zwei Gegenfarben. Er hat die theoretische Forderung aus seinem Farbenkreis gezogen, konnte sie aber experimentell nicht bewähren, da er die Mischungen nicht reinweiß, sondern in einer schwachen „anonymen" Farbe sah. Ebenso erklärt er nicht zu wissen, ob aus drei gleichabständigen Farben Weiß erhalten werden kann; wohl aber aus vier oder fünf. „Dies sind aber nur Kuriositäten von geringer oder gar keiner Bedeutung für das Verständnis der Naturerscheinungen" fügt er in seltsamer Verkennung jenes Grundsatzes aller wissenschaftlichen Forschung hinzu, demzufolge jede Anomalie als eine Knospe künftiger Entdeckungen betrachtet werden muß.

Vergleich der Farben mit den Tönen. Eine sehr folgenreiche Unzulänglichkeit war endlich Newtons Heranziehung der Töne zur Deutung der Farben. Zunächst glaubte er, daß die Farben im Spektrum nach einem ähnlichen Gesetz verteilt seien, wie die Töne in der Tonleiter. Über die willkürliche und verzwickte Form, in der er diese Analogie durchführte, kann man die Bemerkungen von Abendroth in seiner deutschen Ausgabe von Newtons Optik (Nr. 96, S. 131) nachsehen.

Die Folge war zunächst, daß man noch lange im Spektrum willkürlich sieben Farben entsprechend den sieben Tönen der Tonleiter unterschied, welche durch die Natur der Sache nicht gegeben sind. Obwohl Newton gelegentlich ausspricht, daß tatsächlich unbegrenzt viele Farben in stetigen Übergängen vorliegen, drängten sich die sieben Einzelfarben in der Literatur immer wieder vor und es hat wiederholte und erhebliche Anstrengungen gekostet, dieses Gespenst zu bannen.

Weiter aber wurde die Entwicklung der psychologischen Farbenlehre, insbesondere in ihrem ästhetischen Teil, stark und lange durch diesen Mißgedanken beeinflußt. Hier trat der Fall ein, daß ein späterer Autor (Castel) zwar Newtons Farbenlehre verwarf, seine Analogie von Farbe und Ton aber übernahm und bis ins Absurde, nämlich bis zur Konstruktion eines Farbenklaviers entwickelte. Auch später

sind große Energiemengen in dies unerfüllbare Loch geworfen worden und es gibt bis auf den heutigen Tag sonderbare Schwärmer, die sich von diesem Irrlicht locken lassen.

Andere Anfänge. Von dem praktischen Fall der Pigmente her begannen zu gleicher Zeit die ersten Versuche, die Farbe wissenschaftlich zu meistern. Robert Boyle nähert sich dem Problem als Chemiker[1]), ohne zu einem bestimmten Ergebnis zu gelangen. S. Brenner (Stockholm 1680) sammelt und ordnet die zu seiner Zeit bekannten Farbstoffe zu einer übersichtlichen Tafel. R. Waller[2]) tut das gleiche, teilt aber die Farbstoffe in zwei Gruppen, gelbe und rote einerseits, blaue andererseits, mit denen er zwei Ränder eines Blattes Papier besetzt; wo die senk- und wagerechten Reihen sich kreuzen, bringt er die Mischung beider Farbstoffe nach gleichen Gewichtsteilen an. Beide Reihen beginnen mit Weiß und enden mit Schwarz; sie enthalten folgende Farbstoffe:

Oberer Rand: Spanisch-Weiß, Bergblau, Ultramarin, Smalte, Lackmus, Indigo, Tusche.

Linker Rand: Bleiweiß, Bleiglätte, Gummigutt, Ocker, Auripigment, Umbra, Mennige, gebrannter Ocker, Zinnober, Karmin, Lack, Drachenblut, Eisenrost, Ruß.

Waller verfolgt mit seiner Tafel ausdrücklich die Absicht, ein wissenschaftliches, d. h. methodisches und erschöpfendes System von Farben zu geben und schlägt vor, sie zu benutzen, um die Farben natürlicher Gegenstände danach zu bezeichnen. Auch trägt er in die 7 × 14 Fächer seiner Tafel[3]) eine Anzahl Namen der entstandenen Mischfarben ein, kann sie aber bei weitem nicht alle benennen und

---

[1]) Experiments and considerations upon colours, London 1663.

[2]) Philos. Transactions 1686—89. S. 24.

[3]) Zur Veranschaulichung seiner Methode hat Waller die Absicht gehabt, seiner Abhandlung eine ausgemalte Tafel beizufügen, welche sowohl Aufstriche der reinen Farbstoffe, wie auch die der 98 Gemische enthielt. In dem mir vorliegenden Exemplar der Philosophical Transactions, welches der Universitätsbibliothek in Leipzig gehört, befindet sich zwar eine Tafel, aber ohne Ausmalung. Die gleiche Erfahrung haben mit anderen Exemplaren andere Autoren gemacht, welche die Schrift von Waller eingesehen haben. Es scheint also bei der guten Absicht des Autors geblieben zu sein und die Royal Society hat es unterlassen, die beabsichtigte und versprochene Ausmalung herstellen zu lassen.

ladet seine Leser ein, die Lücken auszufüllen. Daß er sich auf ein einziges Mischungsverhältnis beschränkt, rechtfertigt er durch den Hinweis, daß die Zahl der möglichen Verhältnisse unendlich sei, also eine praktische Ausführung ausschließe.

Wie natürlich, enthält dieser alte Versuch noch sehr viel Unzulängliches. Statt daß jede Farbe mit jeder gemischt wird, um alle möglichen Fälle zu erhalten, werden zwei Gruppen ohne nähere Begründung gebildet, die übrigens dem gebräuchlichen Unterschied der warmen und kalten Farben entsprechen. Die Stufen der Farbenreihe werden durch die zufällig bekannten Pigmente besetzt, wodurch u. a. im Rot viele nahestehende Orte besetzt werden, während die Übergänge zwischen Gelb und Rot fehlen.

Die malerischen Grundfarben. Newtons musikalische Auffassung der Farben kam offenbar einem Zeitbedürfnis entgegen, denn die Lehre von den sieben Farben, z. B. des Regenbogens (in dem man tatsächlich nur drei sieht), war alsbald in den populären Gedankenvorrat übergegangen und dient wie so viele andere atavistische Reste noch heute im landläufigen Apparat der Poesie. Daneben aber machte sich die praktische Erfahrung mit ganz anderen Resultaten geltend. Diese ergab nämlich, daß man aus drei Farben alle anderen durch (physische) Mischung herstellen kann, und daß man daher auch wissenschaftlich die Mannigfaltigkeit des Farbenkreises auf drei Grundfarben muß zurückführen können.

Die Geschichte dieser Angelegenheit muß noch aus den Dokumenten genauer untersucht werden. Nach dem, was ich aus den sekundären Quellen entnehmen kann, die mir zurzeit fast allein offen stehen [1]), hat die Entwicklung etwa den folgenden Weg genommen.

Gelegentlich einer Reihe von wissenschaftlichen Arbeiten, welche der französische Minister Colbert zur Erhöhung der wirtschaftlichen Erfolge verschiedener Betriebe veranlaßt hatte, veröffentlichte Dufay im Jahre 1737 in den Denkschriften der Pariser Akademie eine Abhandlung über die Schönfärberei, in welcher er darlegt, daß Gelb, Rot und Blau genügen, um alle anderen Farben durch Mischung her-

[1]) Goethe, Zur Farbenlehre, Historischer Teil. — Lambert, Farbenpyramide 1772.

zustellen. Dies scheint die älteste Erwähnung dieser Tatsache zu sein. Bei Leonardo da Vinci (1651), dem man sie zuweilen zugeschrieben hat, findet sie sich nicht.

Die gleiche Entdeckung machte der Kupferstecher Le Blond aus Frankfurt a. M., der beim Versuche, bunte Kupferstiche durch Druck herzustellen, zunächst gemäß Newton, mit 7 Farben druckte. Er kam bald dahinter, daß er mit 3 Farben ausreichte, und zwar mit Gelb, Rot und Blau. Seine theoretischen Ansichten gab er in einem Buche Il coloritto, London 1735 heraus. Ich kann nicht erkennen, ob einer der späteren Autoren, die es anführen, es zu Gesicht bekommen hat.

Als Konkurrent von Le Blond trat um die gleiche Zeit der Maler und Kupferstecher Gautier auf, der sehr schöne bunte Kupferstiche gleichfalls mit drei Farben (und vielleicht einer Schwarzplatte) herstellte, worüber er in einen Prioritätsstreit mit Le Blond geriet.

Seitdem ist die Lehre von den drei Grundfarben Gelb, Rot, Blau und den sekundären Mischfarben daraus Gold, Veil und Grün wissenschaftliches Allgemeingut geworden. Wir nennen sie weiterhin die malerischen Grundfarben, weil sie für den Maler, abgesehen von allen theoretischen Erwägungen, praktisch allein in Betracht kommen.

Mayers Farbendreieck. Die mathetische Verwertung dieser Dreifarbenlehre ist zuerst durch den Mathematiker Tobias Mayer erfolgt, welcher 1758 der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften einen Vortrag über die Messung der Farben auf Grund der Farbenmischung hielt. Er entwickelte dabei eingehender einen Gedanken, den er bereits 1745 in seinem Mathematischen Atlas mitgeteilt hatte, demzufolge durch methodisch kombinierte Mischungsverhältnisse aus den Grundfarben alle anderen Farben sich müssen herstellen lassen. In der älteren Arbeit hatte er hierfür neben Gelb, Rot, Blau noch Schwarz und Weiß angenommen; in der späteren verzichtete er auf Schwarz, da dieses durch Mischung aus den drei bunten Grundfarben sich herstellen läßt. Die Arbeit wurde seinerzeit nicht gedruckt und erst nach Mayers Tode durch Lichtenberg (Op. ined. 1775) herausgegeben.

Die Grundgedanken sind folgende. Zunächst lassen sich nicht alle mathematisch ausdrückbaren Mischungsverhältnisse unterscheiden,

sondern nur größere Sprünge. Im Anschluß an die Architektur und die Musik werden je 12 Stufen bei den zweifaltigen Gemischen angenommen. (Hier liegt eine Andeutung des künftigen Begriffes der Unterschiedsschwelle vor.) Bezeichnet man die Grundfarben mit *r*, *g*, *b* und die Anzahl der Zwölftel in den Gemischen durch Zahlen, die der Kürze wegen an Stelle der Exponenten geschrieben werden, so können alle zweifaltigen Gemische durch Ausdrücke wie $r^1 g^{11}$, $g^4 b^8$ usw. dargestellt werden. Dies gibt je 11, insgesamt also 33 zweifaltige Gemische. Auch wenn die drei Grundfarben gemischt werden, sollen die Anteile in Zwölfteln angesetzt werden; dies gibt Ausdrücke wie $r^1 g^{10} b^1$, $r^5 g^3 b^4$ usw., wo die Summe der drei Zahlen wieder stets 12 ist.

Diese Mischungen lassen sich nun in ein Dreieck ordnen, dessen Ecken die reinen Farben und dessen Seiten die zweifaltigen Gemische enthalten, während die dreifaltigen in das Innere kommen, etwa so:

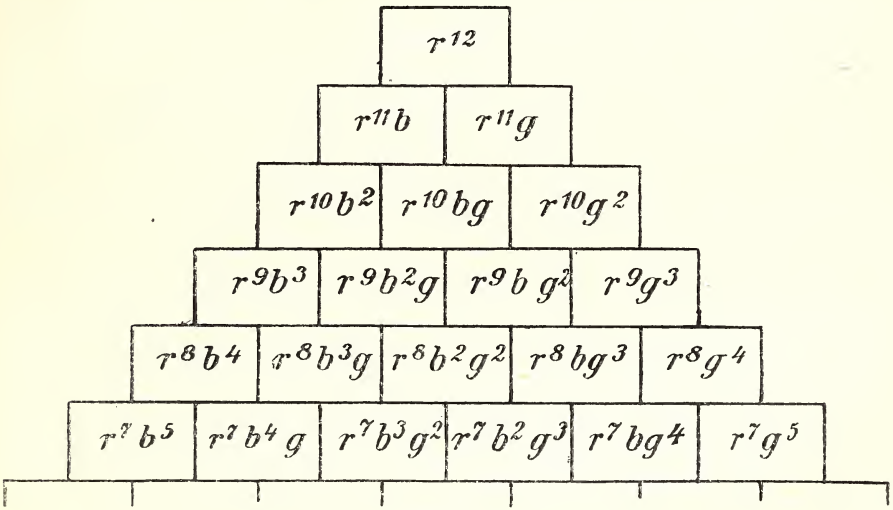

Fig. 31.

Wie man sieht, haben alle wagerechten Reihen konstantes Rot, alle der linken Seite parallelen konstantes Gelb, der rechten parallelen konstantes Blau.

Die Mischungen dieser Farben mit Schwarz und Weiß ordnete Mayer derart an, daß er geichgebildete Dreiecke über und unter dem eben beschriebenen anbrachte, welche stufenweise Zusätze der unbunten Farbe enthielten.

Auch versäumte er nicht, durch die Bestimmung der Farben an einer Anzahl natürlicher Farbstoffe Beispiele für die Anwendbarkeit seiner Methode zu geben.

Die Farbenpyramide. Einen ähnlichen Gedankengang verfolgte der Mathematiker J. H. Lambert, der aber gleichzeitig für die experimentelle Durchführung seiner mathetischen Gedanken sorgte.[1]) Er stellte zunächst fest, welche Pigmente die reinsten Zwischenfarben geben und fand Berlinerblau, Karmin und Gummigutt am geeignetsten. Dann ermittelte er, welche Gewichtsverhältnisse paarweise angewendet werden müssen, um die mittlere Farbe zu geben und erhielt so die Faktoren, mit denen die Bruchteile der Mischungsstufen zu multiplizieren waren, um die beabsichtigten mittleren Wirkungen zu geben, wobei freilich die ungeprüfte, weil damals nicht prüfbare Annahme, gemacht wurde, daß die optische Wirkung dem Gewicht proportional sei. Ferner stellte er fest, daß die Mischung der drei Farbstoffe Schwarz ergab, daß also die abgestuften dreifaltigen Mischungen die Abwandlungen der reinen Farben nach Schwarz darstellten. So brauchten nur noch die Abstufungen nach Weiß gemacht werden, was durch dünneres Auftragen unter Mitwirkung des weißen Papiers erreicht wurde, wobei gleichzeitig die Zahl der Stufen entsprechend vermindert wurde.

Auf solche Weise entstanden lauter Farbendreiecke, die mit zunehmendem Weißgehalt immer kleiner wurden, bis sie schließlich in einem einzelnen weißen Felde endeten. Übereinander gestellt ergaben sie eine dreiseitige Pyramide. Da das unterste Dreieck an jeder Seite 8 Stufen enthielt, ergaben sich insgesamt 108 Mischungen, welche das ganze Gebiet der erreichbaren Farben in regelmäßigen Abständen überdeckten.

Die Wirkung. Diese Farbenpyramide Lamberts ist als Grundlage der weiteren Entwicklung des Problems der Farbensystematik

[1]) Beschreibung einer mit dem Calauschen Wachse ausgemalten Farbenpyramide, Augsburg 1772. Das Werk ist also vor der Veröffentlichung von Mayers Abhandlung erschienen, die 1775 erfolgte. Doch kannte Lambert einen Bericht darüber

anzusehen. Alle späteren Ordnungen bis auf die neueste Zeit sind grundsätzlich nicht viel über den hier erreichten Standpunkt hinausgekommen; viele von ihnen stehen ihr an Strenge und innerer Folgerichtigkeit weit nach. Dennoch hat die Arbeit nicht den erwarteten Erfolg gehabt, eine allgemein benutzte Kennzeichnung der Farben einzuführen. Die Ursache dafür ist wohl in den ziemlich erheblichen Rückständen an willkürlichen Annahmen zu suchen, die auf dem von L a m b e r t erreichten Standpunkt noch unvermeidlich sind. Will man auch die Wahl der Grundfarben als experimentell einigermaßen gesichert zugeben, so fehlt es doch bei den Abstufungen nach Weiß durchaus an einer quantitativen Regel; auch begnügt L a m b e r t sich ausdrücklich mit Schätzungen nach dem Augenmaß. Immerhin hätte sich das System doch vielleicht einführen lassen, wenn es möglich gewesen wäre, an Stelle der sehr kleinen Felder in L a m b e r t s Darstellung seiner Pyramide, mit denen ernste Arbeit nicht ausführbar war, eine Sammlung handlicher gefärbter Blätter herauszugeben, bei denen einige Sicherheit bestand, daß sie in übereinstimmender Weise dauernd hergestellt werden konnten. Zu solchen organisatorischen Unternehmungen war allerdings jene Zeit noch nicht reif.

Was erreicht war. Unter Bezugnahme auf den gegenwärtigen Stand der mathetischen Farbenlehre kann man das Erreichte folgenderma en kennzeichnen. Das Grunddreieck von L a m b e r t enthält die dunkelklaren Farben, die Seiten seiner Pyramide tragen die hellklaren, während die trüben im Inneren angeordnet sind. Aus dem Doppelkegel des rationellen Farbenkörpers würde man L a m b e r t s Gebilde erhalten, wenn man den unteren Kegel unter proportionaler Verkürzung aller Parallelen zur Kegelachse bis zur Ebenheit eindrückte, und den so entstandenen einfachen Kegel durch drei ebene Schnitte, welche drei äußere Gebiete abschälen, in die dreiseitige Pyramide verwandelte. Hält man im Auge, was S. 93 über die Reinheit der Farben von Farbstoffgemischen gesagt worden ist, so erkennt man, daß die Verluste hierbei nicht einmal so groß sind, da das Grunddreieck nicht geradlinig ist, sondern nach außen ausgebauchte Seiten hat, die sich dem Kreise mehr annähern, nach denen die Schnitte geführt werden müßten.

Jedenfalls enthält L a m b e r t s Kegel alle unter seinen Voraus-

setzungen herstellbaren Farben in einer Ordnung, die keine grundsätzlichen, sondern nur quantitative Unterschiede gegen den normalen Farbenkörper aufweist.

Goethes Farbenlehre. Der Zeitfolge nach sind hier Goethes Arbeiten über Farbenlehre zu erwähnen, welche 1791 (Beiträge zur Optik) und 1810 (Zur Farbenlehre) erschienen. Sie enthalten aber zur Mathetik der Farbenlehre nur sehr wenig, entsprechend der poetisch-primitiven Form, in welcher der große Dichter die wissenschaftliche Arbeit auffaßte und ausführte[1]). Allenfalls kann man seine Einteilung in physiologische, physische und chemische Farben erwähnen, die sich als wissenschaftlich brauchbar bewährt hat und durch die im ersten Kapitel angestellte grundsätzliche Untersuchung gerechtfertigt findet, wenn auch in anderer Ordnung. Daß Goethe nicht das Bedürfnis nach einem logisch-mathematischen, d. h. mathetischen Teil gefühlt hat, ist ein notwendiger Ausfluß seiner geistigen Natur.

Runges Farbenkörper. Während Lamberts Arbeit bei Goethe nur flüchtig und ohne Verständnis ihrer Bedeutung erwähnt wird, wurde einer anderen Unternehmung in gleicher Richtung willige Aufnahme gewährt. Es handelt sich um die Farbenkugel des Malers Philipp Otto Runge. Dieser hervorragende Künstler, der als schöpferischer Lichtmaler erst vor wenigen Jahren entdeckt werden mußte, hat die gleiche Aufgabe mit größerer Freiheit vom Material und feinerem Gefühl für den psychologischen Anteil daran soweit gelöst, daß es hernach nur noch einer kleinen Verbesserung bedurfte, um seinem Farbenkörper die Gestalt zu geben, welche voraussichtlich seine bleibende sein wird.

Runge[2]) ging vom Farbenkreis aus, dessen Gestalt für den entsprechenden Farbenkörper eine drehrunde Form forderte; als einfachste derartige Gestalt wählte er die Kugel.

Um ihren Äquator legt er die reinen Farben. In den Nordpol

---

[1]) Vgl. hierzu das demnächst erscheinende Werk: W. Ostwald, Goethe, Schopenhauer und die Farbenlehre.

[2]) Ph. O. Runge, Die Farbenkugel oder Konstruktion des Verhältnisses aller Mischungen der Farben gegeneinander und ihrer vollständigen Affinität. 1809. Hamburg.

kommt reines Weiß und die halbe Kugelfläche dazwischen trägt alle Mischungen der reinen Farben mit Weiß. Je größer der Weißgehalt wird, um so geringer werden die Verschiedenheiten der Farben, dadurch rechtfertigt sich das Kleinerwerden der parallelen Farbenkreise nach dem weißen Pol zu.

Ebenso ist die untere Kugelfläche nach dem schwarzen Pol hin geordnet.

Im Inneren der Kugel liegen alle Farben, welche neben reiner Farbe sowohl Schwarz wie Weiß enthalten. Die Achse der Kugel trägt zwischen den Polen sämtliche Stufen des Grau. Der Schnitt durch den Äquator ergibt eine Kreisfläche, die am äußeren Umfang die reinen Farben, im Mittelpunkt reines mittleres Grau und auf jedem Halbmesser alle Abstufungen zwischen diesem Grau und der reinen Farbe trägt, in welcher er endet. Ähnlich sehen alle parallelen Schnitte aus, nur daß die entstehenden Kreise an ihrem Umfang nicht mehr die reinen Farben haben, sondern in der oberen Hälfte der Kugel ihre Mischungen mit Weiß, in der unteren mit Schwarz. Demgemäß ist auch das Grau der Mittelpunkte entsprechend heller, bzw. dunkler. Überall bestehen stetige Übergänge.

Andererseits ergibt ein Schnitt, der die Achse aufnimmt, einen Kreis, dessen beide Hälften mit Gegenfarben bekleidet sind. In der Achse treffen sich die beiden Farbengebiete in der neutralen Graulinie; nach rechts und links nimmt der Anteil reiner Farbe bis zum Äquatorialpunkt regelmäßig zu.

In Runges Werk finden sich außer zwei perspektivischen Ansichten der Farbenkugel von außen, die die Gebiete um den weißen und den schwarzen Pol zeigen, noch die beiden Durchschnitte durch den Äquator und die Achse, welche durch ihre Bemalung zeigen, daß volle Klarheit über die Verteilung der Farben bestand, wenn auch die technische Ausführung primitiv genug blieb. Die Anordnung der Farben ist nach dem malerischen Dreifarbensystem in 12 Stufen ausgeführt.

Kritik. Mit dem rationellen Doppelkegel verglichen zeigt Runges Farbenkugel eine Annäherung, die von der Gleichheit nur um einen Schritt entfernt ist. Die bei Lambert noch fehlende Symmetrie der hellklaren und dunkelklaren Farben ist erreicht und die dort wegen

der technischen Grundlage gewählte dreieckige Basis sachgemäß durch einen Kreis ersetzt. Der einzige Unterschied liegt darin, daß statt des Farbendreiecks ein Halbkreis bei sonst übereinstimmender Anordnung benutzt wird, wodurch nicht sehr große Verschiebungen in den Maßstäben verursacht werden.

Solange der Mangel an der Möglichkeit wirklicher Messungen bestand, war die Kugel dem Doppelkegel gleichwertig. Der von Runge erreichte Standpunkt bedeutet somit eine Höhe, von der es nur noch einen Fortschritt, sonst aber nur Abfälle gab. Leider sind aus der Folgezeit bis zu unseren Tagen nur Bewegungen der zweiten Art zu melden.

Folgen. Runge starb unmittelbar nach der Veröffentlichung seiner Schrift und dadurch verschwand die Möglichkeit des zweiten wesentlichen Schrittes in der Sache der Farbensystematik. Es genügt nämlich nicht, methodisches Prinzip nur auszusprechen; mindestens ebenso wichtig ist seine praktische Durchführung. Nun wäre Runge in seiner Eigenschaft als Maler mit besonderer Begabung für Licht und Farbe wohl der Mann gewesen, auch den zweiten Teil der Arbeit zu leisten und eine nach seiner Idee ausgeführte und geordnete Sammlung farbiger Aufstriche herzustellen. Sein allzufrüher Tod ist von diesem Standpunkt aus ganz besonders zu beklagen. Allerdings hätte sich bei dieser Gelegenheit der Mangel eines allgemeingültigen Meßverfahrens für die Abstufungen herausgestellt. Ein solcher Mangel ist aber kein absolutes Hindernis, da die Lücke stets vorläufig durch willkürliche Bestimmungen ausgefüllt werden kann. Man muß nur in diesem Falle dafür Sorge tragen, daß diese willkürlichen Normen möglichst unverändert aufbewahrt, oder noch besser, jederzeit in gleicher Beschaffenheit neu erzeugt (wie z. B. der Nullpunkt der Temperatur durch schmelzendes Eis) werden können. Das wäre im Falle der Farben ganz wohl durch chemische Definitionen ausführbar gewesen.

Wenn auch alle diese Entwicklungsmöglichkeiten vorläufig abgeschnitten waren, so bewährte doch Runges Grundgedanke seine auf innerer Zweckmäßigkeit beruhende Kraft darin, daß er im Bewußtsein der späteren Forscher vielfach lebendig wirksam blieb. Bis auf unsere Tage lassen sich Bestrebungen verfolgen, die auf diesem

Gedanken beruhen und dadurch den konkurrierenden Farbensystemen sich überlegen erweisen. Umgekehrt müssen wesentliche Abweichungen notwendig entsprechende Mißerfolge bewirken.

Die Arbeiten von Chevreul. Dies gilt insbesondere für die sehr bekannt gewordenen und mit großer Hochachtung von den nicht Sachverständigen, d. h. der überwältigenden Mehrzahl des Publikums angesehenen Arbeiten, die der französische Chemiker Chevreul zur Systematik der Farben unternommen und durch einen großen Teil seines sehr langen Lebens verfolgt hat.

Chevreul war durch praktische Aufgaben der Färberei auf diese Probleme geführt worden. Gewisse Erscheinungen, die bei bunten Mustern auf Geweben auftraten, führten ihn zunächst zu einer Untersuchung der subjektiven Kontrasterscheinungen, und das Auftreten der Gegenfarben hierbei leitete ihn auf die Fragen nach der Ordnung der Farben, deren Bedürfnis schon die damalige Färberei auf das dringendste empfand. Seine Beziehungen zu diesem Berufe, die er von jeher gepflegt hatte, wurden besonders eng, als er zum Direktor der chemischen Abteilung an der Gobelin-Manufactur ernannt wurde, und die großen technischen und persönlichen Hilfsmittel dieses Instituts standen ihm durch die praktische Seite der Aufgabe zur Verfügung. Seine Ergebnisse wurden dann 1861 im 32. Bande der Abhandlungen der Pariser Akademie veröffentlicht, die damals ein sehr hohes Ansehen in der gesamten wissenschaftlichen Welt genoß und deren Autorität deshalb für die Aufnahme von Chevreuls Ergebnissen schwer in die Wage fiel. Die Abhandlung war zudem von einem kunstvoll lithographierten Atlas begleitet, der die Hauptpunkte von Chevreuls System zum unmittelbaren Vergleich der Nachwelt überlieferte. So schienen alle Bedingungen vereint zu sein, um der Welt endlich eine gemeinsame und überall verständliche Sprache bezüglich der Farbe zu schenken.

Von diesen Hoffnungen hat sich nichts erfüllt. Das System von Chevreul hat dauernd keine praktische Anwendung finden können, und die Versuche, es zu benutzen und zu verbreiten, die zufolge der dahinter stehenden Autorität auch von anderen unternommen wurden, endeten in Mißerfolgen.

Die Ursache dieser auffallenden Tatsache liegt in der Fehler-

haftigkeit des Systems. Da es bisher noch keine eingehende Kritik gefunden hat, muß näher auf die Angelegenheit eingegangen werden.

Chevreuls chromatisch-hemisphärische Konstruktion. Wie alle Farbensysteme jener Zeit, beruht auch das von Chevreul auf den malerischen Grundfarben Gelb, Rot, Blau, als deren Gegenfarben Veil, Grün und Gold angesehen wurden. Demgemäß teilte Chevreul den Farbenkreis in 6 Teile, deren symmetrisch liegende Punkte nach Schätzungen der farbengeübten Beamten der Manufactur festgestellt wurden. Auf solchen Schätzungen beruhen, wie gleich vorausgenommen sei, auch alle anderen Teilungen, doch wurden stets mehrere Personen herangezogen und zwischen ihnen übereinstimmende Urteile erzielt.

Zwischen je zweien dieser Hauptpunkte wurden durch regelmäßige Unterteilung je 11 weitere Farbtöne eingeschaltet, so daß der Farbenkreis in 72 Farbtöne geteilt war, die dem Auge gleichabständig erschienen. Für jeden Farbton wurde dann eine Leiter von 20 Stufen hergestellt, welche mit Weiß anfing, die reine Farbe in der Mitte hatte und mit Schwarz endete. Diese Leitern wurden nach ihrer Farbe radial im Kreise geordnet. Der so entstehende Grundkreis enthielt also Weiß in der Mitte, Schwarz am Umfang und die gesättigten Farben längs eines mittleren Kreises vom halben Radius. Auf diesen Grundkreis (Fig. 32) errichtet Chevreul im Mittelpunkt eine Senkrechte *o n* und zwischen dieser und einem Halbmesser einen Quadranten *o n p*, der um die Senkrechte drehbar war. Im Quadranten waren 9 Halbmesser gezogen, längs deren ähnliche 20-stufige Leitern, wie auf der Grundfläche von Weiß bis Schwarz, angebracht wurden. Nur enthielt jeder in der Mitte nicht eine reine Farbe, sondern eine mit Schwarz gebrochene. Das Schwarz stieg längs dem Kreise *m r* um je $^1/_{10}$ für jeden steileren Radius an, so daß zuletzt gar keine bunte Farbe mehr vorhanden war; das gab für die Senkrechte *o m n* die unbunte Grauleiter.

Der Quadrant enthielt auf solche Weise die trüben Abkömmlinge des Farbtons, über welchem er stand. Denkt man sich den Quadranten über den ganzen Grundkreis bewegt und seine Farben entsprechend geändert, so wird er nacheinander über alle Farben des Farbkreises zu stehen kommen und in seiner Fläche die entsprechenden trüben Farben bringen. Die so entstehende Halbkugel, welche Chevreul pompös

die „hemisphärisch-chromatische Konstruktion“ nennt, soll die Gesamtheit aller möglichen Farben einfassen.

Kritik. Vertieft man sich in diese Ordnung, so entdeckt man bald, daß sie gründlich unmethodisch ist. Denn sie bringt im äußeren Teile des Quadranten alle mit Schwarz vermischten Farben wieder, welche bereits in dem äußeren Ring des Grundkreises untergebracht waren, nur daß sie in zunehmend kleinere Stufen geteilt werden. Dies ist aber

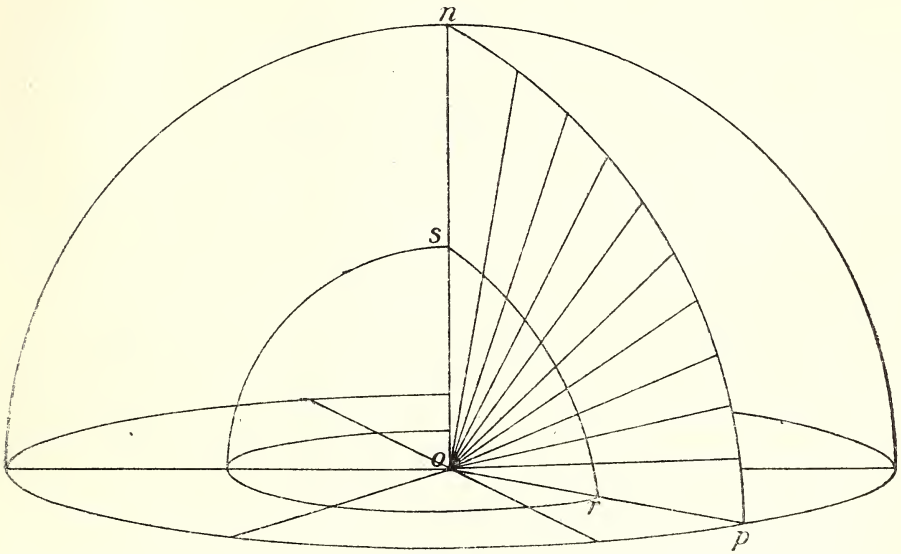

Fig. 32

das Gegenteil des Notwendigen, denn man kann die Farben um so weniger unterscheiden, je mehr Schwarz sie enthalten. Tatsächlich enthält Chevreuls Halbkugel alle möglichen Farben bereits in ihrem inneren Teil und seine Konstruktion wird brauchbar, nämlich der Pyramide Lamberts vergleichbar, wenn man die Grundfläche bereits an den gesättigten Farben entsprechend dem Radius *or* begrenzt, also von den 20 Stufen der Leiter nur 10 benutzt. Ebenso muß man den Radius des Quadranten nur halb so groß machen. Dann liegen die mit Schwarz gemischten Farben auf der von *sr* beschriebenen Kugelfläche, deren Pol *s* das reine Schwarz trägt und die überflüssigen Schwarzmischungen der äußeren Schicht fallen fort.

Aus Chevreuls Mitteilungen scheint stellenweise hervorzugehen, daß ihm selbst zuweilen eine Ahnung von dem groben methodischen Fehler gekommen ist, den er gemacht hat. Auch sind wohl mündliche Kritiken der beteiligten Praktiker nicht ausgeblieben. Er hat nämlich die wirkliche Herstellung nur für den Grundkreis (in Gestalt gefärbter Wolle) durchsetzen können; die Ausfüllung der Halbkugel hat er nie erreicht. Aber eine klare Einsicht in seinen Fehler scheint er nicht gewonnen zu haben, ebensowenig wie einer seiner späteren Kritiker und Referenten.[1])

Gegenüber den älteren Arbeiten von Lambert und gar Runge liegt hier ein arger Rückschritt vor. Aus einzelnen Stellen seiner Schriften geht hervor, daß Chevreul einige seiner Vorgänger gekannt hat; er erwähnt sie aber nicht ausdrücklich, mit Ausnahme des Franzosen Castel, mit seinem abenteuerlichen Farbenklavier. Es macht den Eindruck, als hätte er um jeden Preis den Anschein vermeiden wollen, daß er von ihnen etwas übernommen habe. Das ist ihm wohl auch gelungen, nur war der Preis etwas hoch, nämlich die Unbrauchbarkeit seiner hemisphärisch-chromatischen Konstruktion.

Die physiologische Farbenlehre. Um die Mitte des neunzehnten Jahrhunderts trat die Farbenlehre auf eine neue Entwicklungsstufe durch die Einbeziehung physiologischer Untersuchungen. Zwar hatte schon Goethe zwei Menschenalter früher diese Seite der Farbenlehre in den Vordergrund zu bringen gesucht, und Schopenhauer hatte 1816 seine Abhandlung über das Sehen und die Farben herausgegeben, in welcher der physiologische Standpunkt ausdrücklich und mit dem Bewußtsein eines grundsätzlichen Fortschrittes eingenommen wurde. Aber weder Goethes Bemühungen noch Schopenhauers trotzige Forderungen hatten eine erkennbare Wirkung. Auch war Schopenhauers Definition, daß jeder Farbe eine qualitative Teilung der Tätigkeit der Retina zugrunde liege, wobei der andere Teil die Gegenfarbe bewirkt, zu abstrakt und ermangelte zu sehr der wissenschaftlichen Bestimmtheit, als daß sie zur Anregung experimenteller Forschungen hätte wirksam werden können.

Solche gingen vielmehr von der experimentellen Physiologie aus,

[1]) Ein sehr eingehender kritischer Bericht von J. Rosenstiehl in seinem Traité de la couleur (Paris 1913) läßt jede Bemerkung in solchem Sinne vermissen, obwohl sonst der Tadel nicht gespart wird.

welche damals durch die tiefgreifende forschende wie organisierende Tätigkeit Johannes Müllers einen großen Aufschwung zu nehmen begann. Mit dessen Ideen als Assistent vertraut geworden und sie mit überlegenem physikalisch-mathematischem Können entwickelnd, hat H. Helmholtz alsbald die physiologische Optik und mit ihr die Farbenlehre zum Gegenstande seiner Forschung gemacht. Er war dabei gelegentlich auch mit Schopenhauer zusammengestoßen, der sich allerdings ihm gegenüber wie ein Montblanc neben einem Maulwurfshaufen vorkam. Wenn auch der Schwerpunkt von

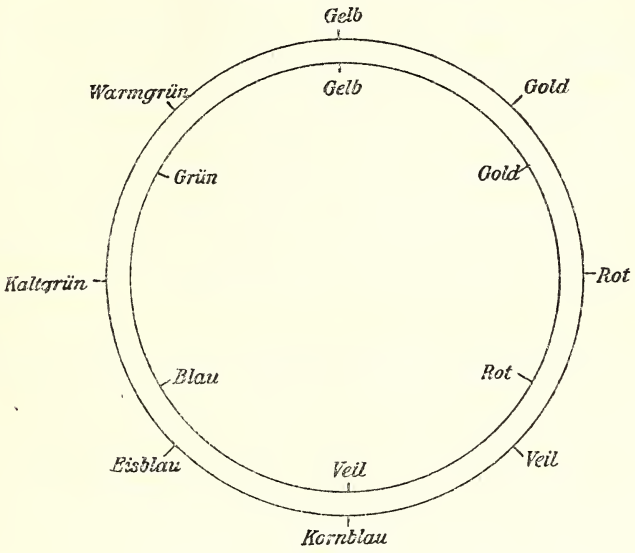

Fig. 33

Helmholtz' optisch-physiologischen Forschungen auf anderem Gebiete lag, so konnte es doch nicht fehlen, daß auch die Mathetik der Farbenlehre durch diesen eminenten Kopf eine wesentliche Förderung erfuhr.

Diese lag zunächst in der Feststellung der Verschiedenheit zwischen additiver und subtraktiver Farbenmischung. Vorher waren die tatsächlichen Unterschiede geflissentlich übersehen worden; angesehene und solide Bücher (z. B. Gehlers Wörterbuch in neuer Auflage) brachten unbeanstandet die Behauptung, daß auf der Drehscheibe wie bei Spektralfarben Blau und Gelb sich zu Grün mischen. Hierüber

waren sogar Goethe und seine physikalischen Gegner einig; die Stimmen einzelner gewissenhafter Beobachter dagegen blieben unbeachtet. Somit erregte es ein nicht geringes Aufsehen, als Helmholtz 1852 nachwies, daß aus spektralem Blau und Gelb keineswegs Grün, sondern Weiß entsteht, und die Ursache der Verschiedenheit der Mischungsergebnisse bei Spektralfarben und Pigmenten durch die Entwicklung der Begriffe additive und subtraktive Mischung aufklärte.

Die genaue Bestimmung der spektralen Gegenfarben in einer späteren Arbeit ergab einen Farbenkreis, der von dem bisherigen sehr verschieden war. Man übersieht die Unterschiede am leichtesten, wenn man beide Kreise ineinander stellt, wie es in Fig. 33 geschehen ist. Außen sind die Farben des physiologischen Kreises in 8 Stufen, innen die des malerischen in 6 Stufen angegeben. Die Abweichung besteht darin, daß die gelbrote Seite des malerischen Kreises viel ausgedehnter, die grüne viel enger ist, als die des physiologischen. Hält man aber an der einzigen exakten Definition der Gegenfarben fest, die wir haben, nämlich, daß sie sich zu neutralem Grau mischen, so hat nur der physiologische Kreis eine Existenzberechtigung.

Graßmanns mathetische Grundlegung. Bei seinen ersten Versuchen hatte Helmholtz vergeblich andere komplementäre Paare von Spektralfarben zu Weiß zu mischen sich bemüht und deshalb diese Möglichkeit in Abrede gestellt. Hiergegen erhob sich H. G. Graßmann, der geniale Schöpfer der Ausdehnungslehre, und bewies in einer für die Mathetik der Farbenlehre grundlegenden Abhandlung[1]), daß aus der Tatsache des Farbenkreises, d. h. der in sich geschlossenen Beschaffenheit der Farbengruppe, mit Notwendigkeit das Bestehen unbegrenzt vieler Gegenfarbenpaare im Spektrum folgt. Als Postulate jeder Farbenordnung stellte er die Sätze auf:

1. Es gibt nur drei Momente (Elemente) des Farbeneindrucks.
2. Wenn man von zwei zu vermischenden Lichtern das eine stetig ändert, während das andere unverändert bleibt, so ändert sich auch der Eindruck der Mischung stetig.
3. Zwei Farben, deren jede konstanten Farbenton, konstante Farbenintensität und konstante Intensität des beigemischten

[1]) Poggendorffs Annalen **89**, 69. 1853.

Weiß hat, geben auch konstante Farbenmischung, gleichviel aus welchen homogenen Farben jene zusammengesetzt seien.

Oder kürzer (nach Helmholtz' Fassung):

3. Gleich aussehende Farben geben gleich aussehende Mischungen.

Man erkennt in diesen Sätzen wesentliche Bestandteile der gegenwärtigen Mathetik der Farbenlehre, nämlich die Dreifaltigkeit der Farbe, die Stetigkeit ihrer Reihen und die Autonomie der Farbe als Empfindung gegenüber ihrer physikalischen oder sonstigen äußeren Bedingtheit.

Helmholtz begriff alsbald die Bedeutung dieser Arbeit, machte sich ihre Grundsätze zu eigen und verbesserte seine Methoden der Farbenmischung, so daß er die allgemeine Forderung Graßmanns nach unbegrenzt vielen Gegenfarbenpaaren bestätigen konnte. Hierbei wurde auch ein Irrtum Graßmanns berichtigt, der auf Grund einer falschen Angabe von Hassenfratz angenommen hatte, daß bei gutem Licht die beiden Enden des Spektrums sich dem Farbton nach stetig aneinander schließen lassen. Seit dieser Aufklärung ist die Lücke im Spektrum bezüglich der Purpurfarben des Farbenkreises allgemein anerkannt.

Kritik. Neben den großen Fortschritten, welche die Farbenlehre durch Helmholtz namentlich nach der physiologischen Seite machte, dürfen gewisse mathetische Unzulänglichkeiten nicht unerwähnt bleiben. Nicht, weil sie vorhanden sind. Solche finden sich als zur Zeit nicht entfernbare Mutterlaugen-Einschlüsse in allen Arbeiten, auch den hervorragendsten, wie denn auch bei Newton deren mehrere aufzuweisen waren. Sondern weil sie nachteilige Wirkungen ausgeübt haben und noch ausüben; damit das nicht ferner geschieht, müssen sie aufgedeckt und analysiert werden.

Der wichtigste Punkt betrifft die Elemente der Farben. Es wurde bereits erwähnt, daß Graßmann deren Dreifaltigkeit mit aller Bestimmtheit ausgesprochen hatte. Untersucht man seine etwas verzwickte Darstellung, so erweist sie sich als einwandfrei. Helmholtz übernahm die Zahl, aber nicht ihre Begründung. Da er ausschließlich mit Spektralfarben arbeitete, bei denen unter den gewöhnlichen Bedingungen nur zwei dieser Veränderlichen sich betätigen (es fehlt das Schwarz als selbständiges Element), so entstand eine folgenreiche Unklarheit.

In jenem Falle kann man nämlich jede Mischfarbe beliebiger Lichtarten ununterscheidbar nachahmen durch eine Mischung aus einer reinen Spektralfarbe und Weiß.[1]) Solche Farben haben daher nur zwei Elemente. Nun machte Helmholtz aber die unrichtige Annahme, daß auch alle Körperfarben sich durch solche Mischung von Spektralfarben nachahmen lassen. Dies ist aber zweifellos unrichtig, denn man kann im spektralen Farbenmischapparat auf keine Weise braun, olivgrün oder andere trübe Farben herstellen.

Folgerichtig hätte Helmholtz schließen müssen, daß seine spektralen Farbenmischungen nicht die ganze Mannigfaltigkeit der Farben darstellen und daher nur zweifaltig sind. Denn er stellt ja die Gesamtheit seiner Farben durch eine Kreisfläche mit Weiß in der Mitte dar. Um aber die dritte Dimension zu erhalten, die ihm aus der Tatsache des Rungeschen oder Lambertschen Farbenkörpers bekannt ist, macht er die Bemerkung[2]): „Wollte man noch die verschiedenen Grade der Lichtstärke der Körperfarben berücksichtigen, so müßte man, wie Lambert es tat, noch die dritte Dimension des Raumes zu Hilfe nehmen, und zwar kann man die dunkelsten Farben, bei denen die Zahl der unterscheidbaren Töne immer geringer wird, endlich in eine Spitze, dem Schwarz entsprechend, zusammenlaufen lassen."

Es handelt sich aber hier nicht um verschiedene Lichtstärke, sondern um verschiedenen Gehalt an Schwarz, was Helmholtz nicht erkannte. So definiert man seit Helmholtz als die drei Veränderlichen der Farbe den Farbton, die Reinheit und die Helligkeit, und diese verfehlte Bestimmung der maßgebenden Größen, verbunden mit der Vieldeutigkeit des Wortes Helligkeit, hatte seitdem alle neuen Versuche einer rationellen Farbenordnung zum Scheitern gebracht.

Ich darf hiervon aus eigener Erfahrung reden, denn ich habe diese Schwierigkeiten in eigener Arbeit durch Jahr und Tag erlebt. Erst, nachdem ich mir die Unzulänglichkeit des Ausgangspunktes klar gemacht hatte und über mehrfache Irrtümer und Unzulänglichkeiten meinerseits endlich zu den richtigen Elementen vorgedrungen war, bin

[1]) Mit Ausnahme von Purpur, was hier außer Betracht bleiben kann.
[2]) Physiol. Optik, 3. Aufl. II, 111.

ich zu einer Beherrschung der Farbenverhältnisse gelangt und habe den rationellen Farbenkörper konstruieren können.

Das additive Gesetz. Etwas später als Helmholtz, aber zunächst unabhängig von ihm, hatte um jene Zeit ein anderer genialer Forscher sich der Farbenlehre angenommen und ihren mathetischen Teil in originaler und weitreichender Weise gefördert. Es war J. C. Maxwell, dessen Name fast nur im Zusammenhange mit seiner grundlegenden Elektrizitätslehre genannt zu werden pflegt, dessen Leistungen auf dem Farbengebiet aber von der gleichen hochwertigen Beschaffenheit sind.

Maxwell hatte sich zunächst[1]) die Aufgabe gestellt, die Zulässigkeit von Newtons Schwerpunktskonstruktion für Farbenmischungen (S. 98) zu prüfen und die Bedingungen ihrer Anwendbarkeit festzustellen. Zu diesem Zweck bildete er den Farbenkreisel, der bis dahin fast nur für die vergeblichen Bemühungen benutzt worden war, aus Newtons sieben Farben Weiß (nicht Grau) zu machen, zu einem Meßinstrument aus, indem er ihn am Rande mit einer Einteilung versah. Auf dem Kreisel wurden zweierlei Farbscheiben angebracht, größere und kleinere, die mit einem radialen Schlitz versehen und ineinandergeschoben werden konnten, um beliebig große Sektoren mit verschiedenen Farben zur Vermischung zu bringen. Beim Drehen des Kreisels ergaben die Farben der größeren Scheiben einen Ring, die der daraufliegenden kleineren eine innere Kreisfläche mit je einer Mischfarbe. Die Versuche bestanden darin, daß man beiderseits die Sektoren so lange verstellt, bis völlig gleiche Mischfarben erzielt waren, die ganze Kreisfläche also beim Drehen ganz gleichförmig aussah. Diese Tatsache konnte dann mathematisch durch eine Gleichung ausgedrückt werden, welche auf der einen Seite die Farben der größeren, auf der anderen Seite die der kleineren Scheiben enthielt, jede multipliziert mit dem Bruch, der ihren Anteil im Gemisch darstellte.

So legte Maxwell z. B. drei große Scheiben mit Zinnober (*Z*), Ultramarin (*U*) und Schweinfurtergrün (*G*) ineinander und darüber zwei kleine Scheiben mit Weiß (*W*) und Schwarz (*S*). Die äußeren Scheiben wurden verstellt, bis ihre Mischfarbe ein neutrales Grau war, und dann

---

[1]) Transactions of the Roy. Soc. of Edinburgh 1857, 275.

die inneren, bis die Helligkeit des Grau, das sie gaben, gleich der des äußeren Grau waren. Dazu waren außen 37 Teile *Z*, 27 *U* und 36 *G*, innen 28 *W* und 72 *S* erforderlich. Das ergab die Gleichung

$$37\ Z + 27\ U + 36\ G = 28\ W + 72\ S\,.$$

Maxwell zeigt nun, daß man aus einer gegebenen Anzahl Scheiben viel mehr experimentelle Gleichungen erhalten kann, als die Anzahl der Unbekannten, d. h. der Scheiben beträgt. Wenn der Grundsatz der additiven Zusammensetzung der Mischfarben aus ihren Bestandteilen oder der linearen Beschaffenheit der Farbgleichungen im allgemeinen richtig ist, so dürfen sich diese Gleichungen nicht widersprechen. Es müssen mit anderen Worten dieselben Zahlenbeziehungen zwischen den Farben der verschiedenen Scheiben gefunden werden, welche experimentellen Kombinationen zwischen ihnen auch für die Rechnung benutzt werden. Die mathematisch strenge Bearbeitung der Messungen ergab ein widerspruchloses Zusammenstimmen der Gleichungen und damit die Bestätigung des Satzes von der linearen Natur der Farbgleichungen. Eine unmittelbare Folge davon ist die Bestätigung der methodischen Richtigkeit von Newtons Farbenkreis und seiner Schwerpunktskonstruktion.

Maxwell zeigt weiter, wie die experimentellen Zahlen benutzt werden können, um ein Farbendiagramm zu zeichnen. Dazu werden drei Farben als Grundfarben gewählt (z. B. *Z*, *U*, *G*) und willkürlich (weil ihre absoluten Reinheiten unbekannt sind) in die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks gestellt. Durch Benutzung einer Zusammenstellung aus einer neuen Farbe nebst zwei alten, z. B. Karmin (*K*) mit *U* und *G* kann man dann den Punkt finden, welchen diese in bezug auf die drei anderen einnehmen muß, und so jede beliebige Farbe unterbringen, ob sie innerhalb oder außerhalb des Dreiecks liegt. Dies gibt ein quantitatives System der Farben, das dem Reinheitskreise (S. 80) entspricht. Nur ist es wegen der Willkür in der Stellung der drei Grundfarben noch teilweise willkürlich, und Maxwell zeigt, daß alle beliebigen derartigen Diagramme perspektivische Abbildungen voneinander sind.

Insbesondere kann die Lage des neutralen Grau im Dreieck leicht gefunden werden. Dazu braucht man gemäß der oben angegebenen Gleichung nur die Linie *Z U* im Verhältnis 27 : 37 zu teilen. Dies ergibt den Ort der Mischfarbe von ihnen, welche die Gegenfarbe

von G ist, da sie mit diesem neutrales Grau bildet. Man verbindet diesen Punkt mit G und weiß nun, daß das neutrale Grau auf dieser Verbindungslinie liegen muß. Ebenso verfährt man mit der Linie UG und findet so eine andere Verbindungslinie, in welcher gleichfalls das neutrale Grau liegt. Folglich liegt dieses im Durchschnittspunkt dieser beiden Verbindungslinien und ist dergestalt eindeutig bestimmt.

Kritik. Es ist alsbald ersichtlich, daß wir es auch hier mit einer Arbeit ersten Ranges zu tun haben. Der erfahrungsmäßige Beweis für die lineare Beschaffenheit der Farbgleichungen ist die Grundlage der ganzen quantitativen Farbenlehre und somit der Ausgangspunkt der neuen Entwicklung, den diese in den letzten Jahren erfahren hat. Die Arbeit ist vollkommen einwandfrei, soweit sie reicht, und die Kritik kann daher nur dort einen Halt finden, wohin sie nicht reicht.

Maxwell hebt mit Recht hervor, daß durch seine Untersuchungen sich die Farbe als eine meßbare Größe erwiesen hat, und daß jede Farbe im Diagramm ihren experimentell bestimmbaren Ort einnimmt, der zahlenmäßig ausgedrückt werden kann. Nur sind diese Zahlen von der willkürlichen Wahl der Grundfarben und ihrer Stellung als gleichseitiges Dreieck abhängig. Aber alle derartigen Farbendiagramme sind perspektivisch verwandt, und daher gibt es unter ihnen einen ausgezeichneten Fall, der folgendermaßen beschaffen ist.

Der Punkt des neutralen Grau teilt die Verbindungslinie zwischen der Mischfarbe und der gegenüberliegenden Grundfarbe in einem Verhältnis, daß die Reinheiten beiderseits gleich sind. Man sucht von allen perspektivischen Diagrammen das auf, bei welchem diese Gleichheit durch das Längenverhältnis 2:1 ausgedrückt ist[1]), wo also der Graupunkt in einem Drittel der Verbindungslinie liegt. Die gleiche Bedingung muß für die zweite Verbindungslinie erfüllt werden. Dann ist sie für alle Punkte des Diagramms erfüllt. Dadurch ist aber das Normaldiagramm gefunden, in welchem alle Entfernungen vom Graupunkt vergleichbar die Reinheiten der entsprechenden Farben messen, d. h. man hat das Mittel, Reinheitsgrade aller beliebigen Farben in gemeinsamem Maß zu bestimmen.

[1]) Weil zwei Farben gegen eine im Gleichgewicht stehen.

Diese große Möglichkeit, die bereits in seinen Messungen und Überlegungen enthalten war, hat Maxwell nicht benutzt. Er hätte ein allgemeines Farbenmaß aufstellen können, in welchem nur noch die gemeinsame Einheit willkürlich geblieben wäre. Er hätte mit anderen Worten die Farbe auf den mathetischen Standpunkt bringen können, auf dem sich zurzeit noch Länge, Masse, Zeit befinden, wenn auch ihre Reduktion auf gemeinsames Maß vermöge der jüngsten begrifflichen Entwicklung der Physik durch Einstein unmittelbar bevorsteht.

Ja, überlegt man, daß alsdann eine einzige absolute Reinheitsmessung in irgendeinem besonders günstigen Falle auch den noch ausstehenden gemeinsamen Einheitsfaktor hätte ergeben können, so sieht man, wie nahe hier jener geniale Forscher dem nächsten großen Fortschritt gekommen war.

Spätere Arbeiten. In einer weiteren großen Untersuchung[1]) hat Maxwell ähnliche Farbenmischungen an Spektralfarben ausgeführt und gleichartige Ergebnisse beobachtet. Während er aber vorher gefunden hatte, daß bei der Anwendung von Pigmentfarben verschiedene Beobachter so übereinstimmende Gleichungen fanden, daß sie nur um die persönlichen Beobachtungsfehler verschieden waren, stellten sich bei den Spektralfarben alsbald deutliche Verschiedenheiten von Person zu Person heraus.

Maxwell hat diesen auffallenden Gegensatz nicht weiter verfolgt. Er sah, wie alle Physiker und Physiologen bis heute die Körperfarben als eine Art unreiner Spektralfarben an und vermutete ebensowenig wie seine Nachfolger, daß zwischen beiden wesentliche Verschiedenheiten bestehen. Tatsächlich sind aber solche vorhanden und daraus erklären sich auch die Gegensätze bezüglich der individuellen Farbenbeurteilung.

Die weitere Verfolgung dieser Sache gehört an einen anderen Ort.

Weitere Forschungen. Sowohl die Arbeiten von Helmholtz wie die von Maxwell haben eine stetige und nach Breite wie Tiefe beständig zunehmende Wirkung nicht ausgeübt, wie man sie nicht selten als Folge des Eingreifens eines hervorragenden Forschers in ein bisher stagnierendes Gebiet beobachtet. Vielmehr blieb die Farbenlehre nach

[1]) Philos. Transactions **150**, 57. 1860.

wie vor ein verlassenes und nur vorübergehend betretenes Land. Vergeblich bemühten sich tüchtige, ja hervorragende Physiker und Physiologen, wie Dove, Brücke, Bezold um einzelne Kapitel wie um die Zusammenfassung des Ganzen: die nachhaltige Wirkung blieb aus.

Auch die um jene Zeit beginnende und seitdem zu einem wissenschaftlich wie wirtschaftlich kaum übersehbaren Umfang angestiegene Entwicklung der Herstellung künstlicher Farbstoffe hat an diesem Zustande nichts geändert. Die große technische Bedeutung dieser Industrie hat bewirkt, daß eine große Anzahl wissenschaftlich gebildeter Chemiker sich speziell mit Farbenfragen beschäftigen; so ist die chemische Seite der Angelegenheit, was Darstellung, Verwendung und Bestimmung der Farbstoffe anlangt, in hervorragender Weise ausgebildet worden. Auch die mehr reinwissenschaftliche Seite der Sache, die Frage nach dem Zusammenhange zwischen Farbe und chemischer Zusammensetzung wie Konstitution hat ausgiebige Pflege erfahren, und leidet eher unter einem Zuviel als Zuwenig an Material. Aber die Farbenlehre im eigentlichen Sinne ist dabei eher zurück- als vorwärtsgekommen. Einen guten Überblick über ihren bisherigen Zustand gewährt das Werk des amerikanischen Gelehrten Ogden N. Rood[1]), der das Problem der Farbenordnung nach einer Schilderung der bisherigen Versuche mit folgenden Worten kennzeichnet: Tatsächlich sind weder unsere Kenntnisse der Farbe noch unsere experimentellen Hilfsmittel zurzeit genügend vorgeschritten, um uns in den Stand zu setzen, einen Plan zu einer wirklich wissenschaftlichen Klassifikation der Farben auch nur vorzuschlagen. Und zwischen dem Vorschlag und der Ausführung würden noch viele mühselige Schritte liegen.

Diese Worte finden sich in dem Lebenswerke des ausgezeichneten Koloristen J. Rosenstiehl[2]) bestätigt. Nachdem er die Grundlagen der Farbensystematik teilweise mit erheblichem Eindringen ausführlich erörtert hat, getraut er sich nicht einmal, die Forderung des physio-

[1]) Colour. A Text-book of Modern Chromatics, 5. ed. London 1910.
[2]) Traite de la couleur. Paris 1911.

logischen Farbenkreises zu erheben, weil er von dem gewohnten zu sehr abweicht und im Grün zu ausgedehnt ist. Und obwohl er die Farbenanalyse in bezug auf reine Farbe (für die er allerdings kein allgemeines Maß gefunden hat), Weiß und Schwarz in einer Anzahl praktischer Beispiele ganz richtig mit Hilfe des Farbenkreisels ausführt, kann er sich nicht zu einer klaren und allgemeinen Erkenntnis dieser Verhältnisse durcharbeiten und weiß daher ihre systematische Bedeutung nicht zu erfassen.

Die psychologische Farbenlehre. Den entscheidenden Schritt, der die Farbenlehre endgültig der Psychologie einordnete, verdanken wir dem Physiologen E. Hering.[1]) Im unmittelbaren Anschluß an Goethes und Schopenhauers Erkenntnis von der gegenseitigen physiologischen Bedingtheit der Gegenfarben stellte er die Lehre auf, daß deren Empfindungen durch entgegengesetzte physiologische Vorgänge in der Netzhaut (Assimilation und Dissimilation) bedingt werden, die beide selbständig bestehen, wenn sie sich auch gegenseitig gesetzmäßig beeinflussen. Und zwar nahm er für die bunten Empfindungen zwei Paare solcher Vorgänge an, die zu den Gegenfarbenpaaren Gelb-Blau und Rot-Grün führen, während er für alle anderen Farben Mischwirkungen aus den beiden benachbarten Grundvorgängen annahm.

Diese „Vierfarbentheorie", welche sachlich zur physiologischen Farbenlehre gehört, wurde hier erwähnt, weil sie eine Verallgemeinerung mannigfaltiger Experimentalforschungen ist, durch welche Hering das psychologische Element in der Auffassung der Farben überzeugend, ja unwiderleglich nachwies. Da aber kein psychologischer Vorgang ohne physiologischen möglich ist (während das Umgekehrte sehr häufig vorkommt), so hat natürlich auch jede psychologische Besonderheit der Farbenempfindung ihr physiologisches Korrelat, und Hering legt sachgemäß das größte Gewicht darauf, diesen notwendigen Bestandteil der Erscheinungen von Fall zu Fall eingehend zu berücksichtigen. Damit war der letzte Schritt zur methodischen Einordnung der Farbenlehre in das Gebäude der Wissenschaft vollzogen.

[1]) Zusammengefaßt in seiner Lehre vom Lichtsinn, Leipzig, W. Engelmann, seit 1905.

Hier darf ich meine eigenen Forschungen anschließen, welche durch die genannten Vorgänger wie natürlich weitgehend beeinflußt worden sind. Von praktischen Erfahrungen und Bedürfnissen (Malerei, Systematik der Farben) ausgehend, bin ich namentlich durch Herings Forschungen grundsätzlich über die Stellung der Farbenlehre aufgeklärt worden. Nachdem ich meine besonderen Probleme ohne den angestrebten Erfolg im Sinne der Ideen von Helmholtz zu fördern versucht hatte, wurde ich durch eine Bemerkung in Lamberts Photometrie sowie durch die Gedankenbildung bei Graßmann und Maxwell auf den Weg gewiesen, der mich schließlich zu dem Ziel der absoluten Farbenmessung führte.

Daß die Umgestaltung mancher bis dahin unbestrittener Auffassungen in einem Punkte auf Schopenhauers Farbenlehre zurückleitete, wurde ich erst gewahr, als ich mit meiner Begriffsbildung der gesättigten Farbe als aus einem Farbenhalb gebildet fertig geworden war. Es besteht ja ein recht beträchtlicher Sprung von Schopenhauers Idee der „qualitativen Teilung der Tätigkeit der Retina" bis zu der quantitativen Lehre vom Farbenhalb. Dies tritt am deutlichsten daran zutage, daß in dem Jahrhundert, welches nach Veröffentlichung von Schopenhauers Schrift verflossen ist, sein Gedanke keinerlei Resonanz hervorgerufen und keine Entwicklung erfahren hat. Es handelt sich vielmehr um eine Voraussagung von der Art, wie sie die griechischen Orakel von sich gaben. Deren Wortlaut pflegte bekanntlich dem Empfänger nichts zu nützen, weil der Sinn erst erkennbar wurde, nachdem das Ereignis unversehens geschehen war, auf dessen Voraussicht es ankam.

Zehntes Kapitel

Schwierigkeiten für den wissenschaftlichen Betrieb der Farbenlehre

Objektive Schwierigkeiten. Aus der Stellung der Farbenlehre im Gesamtbau der Wissenschaft ergibt sich die Erklärung für den Umstand, daß dieses wichtigste aller Gebiete der Sinnespsychologie eine so langsame Entwicklung unter ungenügender Pflege erfahren hat. Als Teilwissenschaft der Psychologie setzt sie nämlich eine ausreichende Kenntnis aller allgemeineren Wissenschaften voraus, von der Logik und Mathematik durch die Physik und Chemie bis zur Physiologie. Da es bei der begrenzten Aufnahmefähigkeit auch des bestentwickelten Gehirns sachlich ausgeschlossen ist, daß jemand alle genannten Wissenschaften vollständig beherrscht, soweit sie irgend für die Farbenlehre in Betracht kommen können, so bleibt praktisch nur die Möglichkeit übrig, daß er kleinere Teile der genannten Disziplinen genauer kennt und den größten Teil weniger eingehend. Da ferner bisher niemals ein künftiger Forscher sich von vornherein ausschließlich für die Farbenlehre ausgebildet hat, so werden seine auf anderen Wegen erworbenen Kenntnisse die Bedürfnisse dieses Faches immer nur zum kleineren Teil decken können und er ist von vornherein dazu verurteilt, bestenfalls nur gewisse Seiten der Farbenlehre mit voller Freiheit in schöpferischer Arbeit fördern zu können.

Es tritt hier ein Tatbestand von ganz allgemeiner Beschaffenheit zutage, der der ganzen Entwicklung der Wissenschaft seinen Stempel aufgedrückt hat. Je höher die Stellung irgendeiner Wissenschaft im Gesamtbau ist, um so schwieriger sind die Voraussetzungen ihrer wissenschaftlichen Förderung zu erfüllen, um so langsamer muß sie vorschreiten und um so rückständiger muß sie im Vergleich zu den einfacheren Wissenschaften sein. Dies geht infolge der kurzen Zeit, seit welcher die Wissenschaft in Europa ein einigermaßen unbehindertes Gedeihen gefunden hat, so weit, daß die Wissenschaften des obersten

Stockwerkes, die soziologischen oder Kulturwissenschaften sich zurzeit noch um die Klarlegung ihrer Methoden bemühen müssen, also für ihren sachlichen Bestand und Inhalt nur wenig haben leisten können.

Somit kann es uns auch nicht wundernehmen, daß bis jetzt die Farbenlehre alle Merkmale der werdenden Wissenschaften im Gegensatz zu den bereits einigermaßen angewurzelten und entwickelten erkennen läßt. Sie bestehen in einer großen Unsicherheit über die ersten und allgemeinsten Grundlagen auf theoretischem und über die entsprechenden Methoden auf experimentellem und technischem Gebiete. Der klägliche, von einem absoluten Nichts kaum zu unterscheidende Zustand der ästhetisch-praktischen Lehre vom Kolorit in der Malerei, der Goethe zu seinen Farbenforschungen veranlaßt hatte, hat sich bis heute kaum zu seinem Vorteil verändert. Nach wie vor beruht die Herstellung harmonischer Farbwirkungen auf künstlerischem Instinkt und die wenigen allgemeinen Regeln, welche die damit Begabten aus ihrer eigenen Praxis abzuziehen versuchen, pflegen bei den Schülern bereits völlig zu versagen.

Das künstlerische Vorurteil. Aus diesen Verhältnissen pflegt sich dann die Ansicht zu entwickeln, die von den Beteiligten mit großer Verachtung aller anderen Meinungen vertreten wird, daß es nämlich überhaupt unmöglich sei, anders als auf dem Weg des Instinkts (oder, wie sie es lieber nennen, der Inspiration) zu solchen Wirkungen zu gelangen. Es wird als das ödeste Banausentum angesehen, daß man es sich überhaupt in den Sinn kommen läßt, diese Dinge mit dem „kalten Verstande" meistern zu wollen.

Es ist natürlich, daß die mit dem Instinkt für eindrucksvolle Farbenwirkungen Begabten mit größter Abneigung auf die Möglichkeit blicken, daß diese ihre Eigenschaft, die ihnen eine bevorzugte Stellung unter Tausenden gewährt, irgendwie Gemeingut werden könnte. Es ist etwa dasselbe Gefühl, das die Besitzer edler Rubinen erfahren mußten, als sich herausstellte, daß man künstliche Rubinen von ganz denselben Eigenschaften für einen kleinen Bruchteil des bisherigen Preises machen kann. Aber eben darum sind die dergestalt Betroffenen sicherlich die schlechtesten, weil notwendig parteiischsten Richter über die Wünschbarkeit und die Möglichkeit solcher Fortschritte und über den Grad, bis zu welchen sie jeweils verwirklicht worden sind.

Es soll hier nicht die Behauptung ausgeprochen werden, daß ein solches Ergebnis bereits erzielt worden wäre. Dazu sind die letzten erheblichen Fortschritte noch zu jung und ist die Zahl der Arbeiten mit diesen neuen Mitteln noch viel zu klein. Die Angelegenheit mußte aber berührt werden, um tatsächlich vorhandene Widerstände zu kennzeichnen, und dadurch wenn auch nicht sie zu beseitigen, doch vor ihrer Betätigung zu warnen und ihre subjektive Beschaffenheit klarzustellen.

Der Physiker. Gleiche subjektive Widerstände stellen sich den Fortschritten werdender Wissenschaften von seiten der meisten anderen entgegen, die bisher in diesen Gebieten tätig waren. Es pflegen dies Personen zu sein, welche aus einem der vorbereitenden Gebiete herkommen, und aus irgendeinem Grunde ein besonderes Interesse an den Farben nehmen. So ist die Farbenlehre unter dem Einfluß von Newtons Entdeckungen lange Zeit vorwiegend von Physikern gepflegt worden, und es gibt noch heute hervorragende Vertreter dieser Wissenschaft, die wegen ihrer Beherrschung der physikalischen Voraussetzungen der Farbenlehre als Fachmänner auf diesem Gebiete mit allem Vertrauen von anderen wie von sich selbst angesehen werden.

Nun ist es zwar nicht ausgeschlossen, daß sie auch über all die anderen notwendigen Kenntnisse verfügen. Aber aus ihrer Eigenschaft als Physiker folgt dies nicht mit Notwendigkeit, und tatsächlich sind Lücken verschiedenen Umfanges unvermeidlich. Solche Fachleute werden gleichfalls bei aller Aufrichtigkeit ihrer wissenschaftlichen Gesinnung Neigung zeigen, die ihren Lücken entsprechenden Gebiete für wenig wichtig zu halten und Fortschritte als solche nur zu empfinden und anzuerkennen, wenn sie in den von ihnen gepflegten Teilen und im Umkreise der ihnen geläufigen Begriffe erfolgen.

Der Kolorist. Ganz ähnlich ist die Stellung der Chemiker, welche sich meist im Zusammenhange mit der hochentwickelten Industrie künstlicher Farbstoffe und der von dieser abhängigen Färberei der Gewebe und anderer Gegenstände um die Farbenlehre kümmern. Sie haben fast immer eine ursprüngliche Ausbildung als präparative Chemiker im Gebiet der organischen Synthese erhalten; für solche Kenntnisse und Fertigkeiten ist aber in der Farbenlehre selbst nur sehr wenig Verwendung. Die eigentliche Farbenlehre müssen sie sich

autodidaktisch aneignen, was bei dem weitgehenden Mangel an geeigneter Literatur eine sehr schwierige Aufgabe ist. Wie weit man günstigstenfalls auf solchem Wege gelangen kann, zeigt das eine ganze Lebensarbeit zusammenfassende Werk eines solchen „Koloristen" J. Rosenstiehl[1]) sowohl in dem was es bringt, wie namentlich in dem, was es vermissen läßt. Den Kontrast kennt er, aber von der Schwelle weiß er nichts. Das Verfahren, mittels der Drehscheibe die genauen Gegenfarben zu finden, ist ihm geläufig, aber er bringt den Mut nicht auf, einen Farbenkreis zu entwerfen, in welchem die Gegenfarben polar angeordnet sind, usw. Und so bleibt die ganze Arbeit, trotzdem sie bei weitem die vorgeschrittenste auf diesem Gebiet und deshalb auch für die engeren Fachgenossen des Verfassers ein schwieriges Studium ist, überall unzulänglich vor den entscheidenden Punkten stehen.

Hieraus ergibt sich eine eigentümliche Stellung dieser Fachmänner zur Farbenlehre. Das gerechtfertigte Bewußtsein tüchtiger Kenntnisse auf chemischem und technologischem Gebiet überträgt sich unbewußt auch auf das der Farbenlehre, und so fühlen sie sich nur zu leicht nicht nur berechtigt, sondern auch verpflichtet, auch hier ihre fachmännische Autorität geltend zu machen. Statt ihre Kenntnisse zu vermehren und ihre Ansichten zu verbessern, wenn ihnen durch neue Forschungen dazu die Möglichkeit geboten ist, betrachten sie diese als ungerechtfertigte Angriffe auf einen geheiligten Besitz, den sie um so ängstlicher und eifriger verteidigen, je schwieriger sie ihn seinerzeit erworben hatten und je unsicherer sie sich im Grunde in ihm fühlen. Glücklicherweise verfallen keineswegs alle Angehörige dieses Berufes diesem psychologisch so naheliegenden Irrtum. Aber gerade, weil er so nahe liegt, ist der Irrtum so verbreitet und kostet seine Überwindung eine gewisse Anstrengung.

Allgemeiner Charakter solcher Verhältnisse. Es ist dies eine Sachlage, die sich überall in der Geschichte des menschlichen Fortschrittes von jeher wiederholt, und die um so stärker sich betätigt, je weniger entwickelt das fragliche Gebiet ist. Immer wieder erweist sich der bisherige „Fachmann" als der energischste und leider auch wirksamste Gegner jedes erheblichen Fortschrittes. Man braucht nur an die Be-

[1]) Traité de la couleur, Paris 1915.

mühungen um die Schulreform zu denken, um erinnert zu werden, daß sie von keiner Seite größeren Widerstand gefunden hat (und stets finden wird), als von seiten der Fachmänner, d. h der beamteten Vertreter des bisherigen Systems.

Die psychologische Ursache solcher Zustände ist nicht weit zu suchen. Für die breite Menge kommt zunächst das geistige Trägheitsgesetz, das Beharrungsbedürfnis in den mühsam genug erworbenen geltenden Formen in Betracht. Auf die besser Begabten, die unter ihresgleichen eine hervorragendere Stellung einnehmen, wirkt aber der folgende Gedanke noch viel stärker im Sinne einer feindlichen Stellungnahme gegen den Eortschritt. Ist er nämlich wirklich ein solcher von einiger Bedeutung, dann müssen sie sich selbst und vielleicht auch anderen die peinliche Frage beantworten: Warum bist du selbst nicht darauf gekommen? Deshalb ist auf solcher Seite die erste unwillkürliche Einstellung auch beim Besten eine Neigung, die Bedeutung des Fortschritts überhaupt in Abrede zu stellen.

Die zwei Wege. Es hängt dann von der ethischen Entwicklungsstufe des Betreffenden ab, wie sich seine tatsächliche Stellungnahme gestaltet. Gibt er der ersten Stimmung nach, so wird er sich jener peinlichen Frage gegenüber am erfolgreichsten zu rechtfertigen glauben, wenn er einen Fortschritt überhaupt in Abrede stellt. Dies geschieht immer in derselben Weise. Zuerst wird behauptet, daß das Neue falsch sei. Läßt sich angesichts tatsächlich nachweisbaren Erfolgs diese Behauptung nicht mehr aufrecht erhalten, so folgt mit naturgesetzlicher Notwendigkeit der zweite Einwand: die Sache sei nicht neu.[1]) Dies gewährt dann gleichzeitig die Möglichkeit, unversehens den Fortschritt zu benutzen, der durch jenen Einwand gleichsam anonym geworden ist. Damit ist denn auch das Wesentliche im Sinne des Fortschrittes erreicht, denn die Klarlegung der geschichtlichen Rechte an dem Fortschritt ist eine persönliche Angelegenheit von sekundärer Bedeutung.

Der andere, ethisch höher stehende und darum leider heutzutage noch seltenere Weg ist der, die erste persönliche Verstimmung zu über-

[1]) Ich kann zurzeit diese Vorgänge bei der Stellungnahme der „Fachpresse" zu meiner Farbenfibel beobachten. Der erste Teil scheint im wesentlichen abgelaufen zu sein, denn der zweite ist soeben eingetreten.

winden und der Fortschritt ehrlich daraufhin zu prüfen, ob er tatsächlich Fragen beantwortet und Schwierigkeiten überwindet, über welche man bisher nicht weitergekonnt hat. Im bejahenden Falle hat man das Seine zu tun, um den dergestalt persönlich erfahrenen Fortschritt auch den Fachgenossen und damit der Allgemeinheit zugute kommen zu lassen. Eine solche Handlungsweise ergibt das größte Maß von sozialem Gewinn und entspricht demgemäß dem allgemeinen Begriff des ethisch Wertvollen.

Zwischen diesen beiden äußersten Fällen liegt noch ein breites Gebiet von mittleren Möglichkeiten. Man kann sich zwar einer aktiven Betätigung g e g e n den Fortschritt enthalten, enthält sich aber ebenso einer solchen f ü r ihn. Soweit es sich um die oben erwähnten Armen am Geiste handelt, ist kein Tadel auszusprechen, dem niemand ist über sein Können hinaus verpflichtet. Die Urteils- und Wirkungsfähigen aber unter den Beteiligten, die diese Richtung wählen oder sich untätig treiben lassen, sollten sich klar machen, daß sich darin ein ethischer Mangel zeigt. Für solche also, die zwischen jenen beiden Wegen schwanken, sind die vorstehenden allgemeinen Darlegungen geschrieben. Der Verfasser hat selbst einmal vor langer Zeit einer solchen Wahl gegenübergestanden. Es ist für sein ganzes späteres Schicksal im guten Sinne entscheidend gewesen, daß es ihm damals gelang, die ersten engherzigen natürlichen Regungen zu überwinden und den sozialen Weg zu finden. Was schwierig ist, solange man es als einen persönlichen Einzelfall auffaßt, wird leicht und naturgemäß, wenn man die naturgesetzliche Allgemeinheit derartiger Verhältnisse begreift. In solchem Sinne können diese Betrachtungen unmittelbar zum Fortschritt der Wissenschaft beitragen und finden sich gerechtfertigt in einem Buche, das eine des Fortschrittes besonders bedürftige Wissenschaft behandelt

---

VERLAG UNESM A.G.M.B.H., LEIPZIG

DER
FARBENATLAS

Von
WILHELM OSTWALD

Ca. 2500 Farben auf über 100 Tafeln,
mit Gebrauchsanweisung und Beschreibung

Preis M. 250.–

Unentbehrlich
für Physiker, Chemiker, Färber,
Farbenchemiker, Blumenzüchter. Entomologen,
Kunstgewerbler, Künstler, Kunstgelehrte, Naturforscher,
Psychologen, Architekten, Ophthalmologen,
gesamte Textil- und Modewaren-
Industrie

Durch die von WILHELM OSTWALD angegebenen Hilfsmittel ist es möglich geworden, jede angegebene Farbe nach Farbton, Weiß- und Schwarzgehalt erschöpfend zu analysieren und eindeutig zu kennzeichnen. Wenn auch dieser Fortschritt gegenüber dem bisherigen Zustande lebhaft zu begrüßen ist, so können doch auf diesem Wege nur die analytischen Aufgaben der Farbenlehre erledigt werden, nicht aber die synthetischen. Diese sind aber gerade für den schaffenden Künstler und Techniker die wichtigsten. Ihn interessiert es weniger, in welche Bestandteile sich eine vorgelegte Farbe zerlegen läßt; was er braucht, ist eine systematische Sammlung aller überhaupt möglichen Farben, um sie frei seinen

Zwecken gemäß zu kombinieren und auf ihre gemeinsame Wirkung zu prüfen.

Zur Erledigung solcher und unzähliger anderer künstlerischer, physikalischer, physiologischer und psychologischer Aufgaben und gleichzeitig als bequemstes Mittel zur Kennzeichnung gegebener Farben kann nur eine wohlgeordnete Sammlung wirklicher Farben in Gestalt handlicher Aufstriche mit beigeschriebener Kennzahl dienen. Diese müssen das ganze Gebiet der möglichen Farben umfassen. Nun läßt sich die Gesamtzahl der eben noch unterscheidbaren Farben auf mindestens eine Million schätzen; es ist daher ausgeschlossen, sie alle wirklich herzustellen, und man muß sich damit begnügen, aus dem Gesamtgebiet des Farbenkörpers in gleichmäßiger Verteilung so viele Punkte zu verwirklichen, daß über das Aussehen der zwischenliegenden Farben nicht der geringste Zweifel bestehen kann.

Nach eingehender experimenteller Durchforschung dieser Verhältnisse wurde festgestellt, daß durch eine zwischen 2500 und 3000 liegende Anzahl von ausgeführten Farben allen praktischen und auch sehr weitgehenden theoretischen Bedürfnissen Genüge geleistet werden kann. Die wissenschaftlichen und technischen Hilfsmittel zur stets übereinstimmenden Herstellung solcher Farben sind gefunden und ausgebildet. Allerdings war die zur Ausführung des Atlas erforderliche Arbeit sehr groß. Wenn man sich überlegt, daß zunächst für jede der 2500 Farben die Verhältnisse genau ermittelt werden mußten, nach denen sie zusammenzusetzen ist, und daß dann jede einzelne Farbe nach ihren besonderen Verhältnissen für den Atlas durch Handarbeit hergestellt werden mußte, so erkennt man den fast unübersehbaren Umfang der geleisteten Arbeit.

Der Preis eines Exemplares des Atlas, welcher auf 100 Tafeln rund 2500 verschiedene Farben auf herausnehmbaren Karten im Weltformat V (40:57 mm) mit erläuterndem Text enthält, beträgt

250 Mark.

VERLAG UNESMA G. M. B. H., LEIPZIG

Die Ausgabe erfolgt in 25 kurzfristigen Lieferungen von je 4 großen Tafeln zum Preise von 10 Mark oder einer entsprechenden Anzahl von Doppellieferungen mit je 8 Tafeln zum Preise von 20 Mark. Jede Tafel enthält auf 25 Karten eine Gruppe zusammengehöriger Farben, von der hellsten bis zur dunkelsten, von der reinsten bis zur trübsten, in regelmäßiger Verteilung. Jede einzelne Karte ist mit genauen Zahlenangaben über Farbton, Weiß- und Schwarzgehalt versehen; sie kann zum Zwecke der Arbeit beliebig herausgenommen werden, ohne daß Schwierigkeiten für ihre Wiedereinordnung entstehen. Auch können verlorengegangene oder verdorbene Karten einzeln nachbezogen werden. Die Abnehmer verpflichten sich zu dem Bezug des ganzen Werkes, brauchen aber nur die erhaltenen Lieferungen zu bezahlen. Die Auswahl der Farben wird so erfolgen, daß bereits die ersten Lieferungen vollständige Farbenkreise bringen. Den Tafeln wird ein erläuternder Text von WILHELM OSTWALD beigefügt.

Die Ausführung der Karten erfolgt teils auf feinstem Kupferdruckpapier, teils auf reinem Zellulosepapier durch Färbung in der Masse. Hierdurch sind die Aufstriche viel unempfindlicher gegen Reibung, schweißige Finger und andere Angriffe, als mit Deckfarbe hergestellte. Ferner gewährt diese Technik, das Ergebnis langer und vielfältiger Versuche, die Möglichkeit, erheblich reinere Farben herzustellen als jedes andere Verfahren.

Da die gegenwärtige Farbstoffindustrie das Problem noch nicht gelöst hat, die größte Reinheit der Farbe mit vollkommener Lichtechtheit zu verbinden, so mußte ein Teil der Karten mit nicht lichtechten Pigmenten hergestellt werden, da sich die Grenzen der klaren Farben nicht weit genug hinausschieben lassen. Es ist deshalb achtzugeben, daß die Karten während des Nichtgebrauches nicht zwecklos dem Tageslicht ausgesetzt bleiben. Eine Schädigung durch Lichtwirkung während des normalen Gebrauches ist nicht zu befürchten.

Ausführliche Prospektbroschüre unberechnet und portofrei

PROPERTY OF
TECHNICOLOR
LIBRARY

Im gleichen Verlage erschien:

Goethe, Schopenhauer und die Farbenlehre

Von

Wilhelm Ostwald

Preis 5 Mk., geb. 6.60 Mk.

Der Anteil, welcher GOETHE und seinem Schüler SCHOPENHAUER an der Errichtung des Gebäudes der Farbenlehre zuzusprechen ist, wird hier zum ersten Mal einwandfrei klar gelegt. Und zwar mit einem Resultat, welches vernichtend für alle diejenigen ausfällt, welche bisher verlangten, daß „wir Goethe sozusagen mit Haut und Haaren verschlucken sollten, d. h. ohne uns die mindeste Kritik oder gar Abänderung seiner Lehre zu erlauben." Mit Schopenhauer steht es nicht viel anders.

Es wird gezeigt, daß diesen beiden Männern hoher und höchster geistiger Stufe ein wirklicher Erfolg versagt blieb und daß der Grund hierfür in der Unzulänglichkeit der wissenschaftlichen Begründung ihrer Leistungen zu suchen ist. „Dieser Mangel bewirkte, daß bei der Gesamtheit ihrer Darstellung der haltbare und wichtige Teil von dem Vergänglichen nicht eher unterschieden werden konnte, als bis der gleiche Fortschritt anderweit erzielt und die wissenschaftliche Verbindung mit den inzwischen gesicherten Tatbeständen und Naturgesetzen hergestellt war. Dies ist aber nichts anderes, als die selbständige Entdeckung jener Beziehungen und ihrer Folgen."

Druck von Hallberg & Büchting in Leipzig.